



**Bruno Alexandre da  
Silva Grego**

**Segurança  
Condução**

**Automóvel: Sistemas de Apoio à**





**Bruno Alexandre da  
Silva Grego**

**Segurança Automóvel: Sistemas de Apoio à  
Condução**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Eletrónica e Telecomunicações realizada sobre orientação científica dos professores:

Professor Dr. Rui Manuel Escadas Ramos Martins, Professor Auxiliar do Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro

Professor Dr. Alexandre Manuel Moutela Nunes da Mota, Professor Associado do Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro



## **o júri**

Presidente

**Prof. Dr. Ernesto Fernando Ventura Martins**  
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

Arguente

**Prof. Dr. Daniel Filipe Albuquerque**  
Professor Adjunto da Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu

Vogal

**Prof. Dr. Rui Manuel Escadas Ramos Martins**  
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro (orientador)



## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores e ao colaborador Dr. Rômulo Antão, autor da proposta do tema desta dissertação, pelo apoio que me facultaram durante todo o desenvolvimento da mesma. Também por me proporcionarem um ambiente de trabalho descontraído, rigoroso do ponto de vista científico e técnico, onde estive sempre à vontade para esclarecer as minhas dúvidas.

À minha família, em especial aos meus pais, e aos meus amigos, pela estabilidade emocional que me dão e que é essencial para me concentrar no trabalho.

À Diana, pela ajuda na revisão linguística deste documento e por estar sempre presente, nos bons e nos maus momentos.

Muito obrigado a todos.





**Palavras-chave**

Segurança automóvel ativa, sistemas de controlo, veículo elétrico, quatro rodas motrizes.

**Resumo**

Esta dissertação tem como principal objetivo estudar a possibilidade de implementação dos vários sistemas de segurança automóvel atuais num tipo de veículo específico, o automóvel elétrico com quatro motores controlados de forma independente.

Os sistemas de segurança ativa estudados são o diferencial eletrónico, o de controlo de tração e o de controlo de estabilidade eletrónico.

O funcionamento destes sistemas foi simulado através do desenvolvimento do modelo matemático de um veículo elétrico com as características já mencionadas e de algoritmos de controlo, em ambiente Matlab/Simulink®.



**Keywords**

Vehicle active safety, control systems, electric vehicle, four wheel drive.

**Abstract**

This dissertation main goal is to study the possibility of implementing the various current safety systems in a specific type of vehicle, the electric car with four independently controlled motors.

The studied safety systems are the electronic differential system, the traction control system and the electronic stability control system.

The operation of these systems was simulated through the development of the mathematical model of an electric vehicle with the aforementioned characteristics and of control algorithms in Matlab/Simulink®.



# Conteúdo

<b>Conteúdo .....</b>	<b>i</b>
<b>Imagens .....</b>	<b>iv</b>
<b>Tabelas.....</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de acrónimos.....</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação .....	2
1.2 Objetivos e metodologia .....	3
1.3 Estrutura da dissertação .....	4
<b>2 Estado da arte .....</b>	<b>5</b>
2.1 Evolução da segurança automóvel.....	5
2.2 Diferencial mecânico e diferencial eletrónico.....	6
2.3 Sistemas de controlo de tração.....	7
2.4 Sistema eletrónico de controlo de estabilidade .....	8
2.5 Sistemas de segurança avançados .....	10
2.6 Veículos elétricos.....	12
2.7 Motor elétrico embutido na roda.....	16
2.8 Estudos sobre sistemas de segurança em veículos elétricos.....	17
2.9 Estudos sobre veículos de pequena escala .....	19
<b>3 Modelo do veículo.....</b>	<b>21</b>
3.1 Nomenclatura .....	21
3.2 Modelo da dinâmica longitudinal .....	23
3.3 Modelo da dinâmica lateral.....	24
3.4 Modelo da dinâmica planar de um veículo com quatro rodas motrizes .....	25

3.5	Modelo do motor elétrico.....	27
3.6	Modelo da interação entre o pneu e a superfície.....	29
3.6.1	Fórmula mágica de Pacejka.....	30
3.6.2	Modelo de pneu de Dugoff.....	34
3.7	Modelo do veículo elétrico em estudo .....	37
3.8	Semelhança dinâmica.....	39
3.9	Parâmetros do modelo.....	40
<b>4</b>	<b>Arquitetura de controlo .....</b>	<b>43</b>
4.1	Controlador de velocidade .....	44
4.1.1	PI (tensão).....	44
4.1.2	PI (corrente).....	45
4.1.3	RST.....	47
4.2	Sistema diferencial eletrónico .....	49
4.3	Sistema de controlo de tração .....	51
4.4	Sistema eletrónico de controlo de estabilidade .....	51
4.5	Sistema de controlo global.....	53
<b>5</b>	<b>Resultados .....</b>	<b>55</b>
5.1	Sinais de entrada .....	57
5.2	Controlador de velocidade .....	59
5.2.1	PI (tensão).....	59
5.2.2	PI (corrente).....	62
5.2.3	RST.....	64
5.3	Sistema de controlo de tração .....	65
5.4	Sistema de controlo global.....	72
5.4.1	Manobra circular.....	72
5.4.2	Dupla mudança de faixa .....	81
<b>6</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>91</b>
6.1	Trabalho futuro .....	92
<b>A</b>	<b>Parâmetros da fórmula mágica de Pacejka.....</b>	<b>94</b>
<b>B</b>	<b>Modelo Simulink® .....</b>	<b>97</b>

<b>C</b>	<b>Código Matlab® .....</b>	<b>106</b>
	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>122</b>

# Imagens

<b>Figura 2.1</b> - Diferencial mecânico simples [11] .....	7
<b>Figura 2.2</b> - Ilustração da vantagem do sistema ABS [12] .....	8
<b>Figura 2.3</b> - Funcionamento do TCS [14].....	8
<b>Figura 2.4</b> - Subviragem (acima) e sobreviragem (abaixo) [15].....	9
<b>Figura 2.5</b> - Ilustração de uma manobra perigosa sem ESC (à esquerda) e com ESC (à direita) [10] .....	9
<b>Figura 2.6</b> - Cruise control adaptativo (à esquerda) e ilustração da detecção de peões do sistema City Safety (à direita) [20].....	10
<b>Figura 2.7</b> - Consola de um veículo com TPMS [22].....	11
<b>Figura 2.8</b> - Ilustração do funcionamento do EBD [23] .....	11
<b>Figura 2.9</b> - Primeira geração do Toyota Prius (1997) [27].....	12
<b>Figura 2.10</b> - Primeira geração do Nissan Leaf (2010) [38].....	14
<b>Figura 2.11</b> – Ilustração da configuração do Tesla Model S P90D [39].....	15
<b>Figura 2.12</b> - Sistema de condução elétrico embutido na roda (Protean Drive™) [49].....	17
<b>Figura 2.13</b> - Sistema IRS [62].....	19
<b>Figura 3.1</b> - Modelo de uma roda da dinâmica longitudinal.....	23
<b>Figura 3.2</b> - Modelo de um só eixo (CM - centro de massa) .....	24
<b>Figura 3.3</b> – Modelo planar de quatro rodas.....	26
<b>Figura 3.4</b> - Motor elétrico DC com escovas [70].....	28
<b>Figura 3.5</b> - Esquema do motor elétrico DC controlado por induzido.....	28
<b>Figura 3.6</b> - Dois principais tipos de geometria de pneu [72].....	29
<b>Figura 3.7</b> - Elipse da geração de forças de um pneu [73].....	30
<b>Figura 3.8</b> - Gráfico obtido pela fórmula mágica de Pacejka [71] .....	31
<b>Figura 3.9</b> - Representação gráfica da relação $\mu_x(\sigma)$ (fórmula mágica de Pacejka) .....	32
<b>Figura 3.10</b> - Representação gráfica da relação $\mu_y(\alpha)$ (fórmula mágica de Pacejka).....	33
<b>Figura 3.11</b> - Representação gráfica das relações $\mu_x(\alpha)$ (em cima) e $\mu_y(\sigma)$ (em baixo), (fórmula mágica de Pacejka) .....	33
<b>Figura 3.12</b> - Representação gráfica das relações $\mu_x(\alpha, \sigma)$ (em cima) e $\mu_y(\alpha, \sigma)$ (em baixo), (fórmula mágica de Pacejka) .....	34
<b>Figura 3.13</b> - Representação gráfica da relação $\mu_x(\alpha)$ (modelo de Dugoff).....	35



<b>Figura 3.14</b> - Representação gráfica da relação $\mu_y(\alpha)$ (modelo de Dugoff).....	36
<b>Figura 3.15</b> - Comparação entre os dois modelos para a relação $\mu_x(\sigma)$ , $\mu = 1$ .....	36
<b>Figura 3.16</b> - Comparação entre os dois modelos para a relação $\mu_y(\alpha)$ , $\mu = 1$ .....	37
<b>Figura 3.17</b> - Modelo da interligação entre o motor DC e a roda com caixa de velocidades .....	38
<b>Figura 3.18</b> - Simplificação gráfica do subsistema constituído por motor DC, caixa de velocidades e roda .	38
<b>Figura 3.19</b> - Esquema do veículo elétrico com quatro motores DC controlados de forma independente .....	39
<b>Figura 4.1</b> – Controlador de velocidade PI (tensão).....	45
<b>Figura 4.2</b> - Controlador de velocidade PI (corrente).....	46
<b>Figura 4.3</b> - Controlador de velocidade RST.....	47
<b>Figura 4.4</b> - Geometria de um veículo em curva (modelo de Ackermann-Jeantand) .....	50
<b>Figura 4.5</b> - Controlador de tração .....	51
<b>Figura 4.6</b> - Trajetórias possíveis do veículo e respetivas velocidades angulares (rad/s).....	52
<b>Figura 4.7</b> - Sistema de controlo global.....	53
<b>Figura 5.1</b> - Sinal de aceleração genérico.....	57
<b>Figura 5.2</b> - Sinal de teste do TCS.....	58
<b>Figura 5.3</b> - Evolução do ângulo de direção correspondente à manobra circular .....	58
<b>Figura 5.4</b> - Evolução do ângulo de direção correspondente à manobra de dupla mudança de faixa.....	59
<b>Figura 5.5</b> - Resposta dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo à escala 1:10).....	60
<b>Figura 5.6</b> - Sinais de controlo dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo à escala 1:10) .....	61
<b>Figura 5.7</b> - Resposta dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo real) .....	61
<b>Figura 5.8</b> - Sinais de controlo dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo real).....	62
<b>Figura 5.9</b> - Resposta dos controladores de velocidade PI em corrente (modelo do veículo à escala 1:10)...	63
<b>Figura 5.10</b> - Sinais de controlo dos controladores de velocidade PI em corrente (modelo do veículo à escala 1:10) .....	63
<b>Figura 5.11</b> - Resposta dos controladores de velocidade RST (modelo do veículo à escala 1:10).....	64
<b>Figura 5.12</b> - Sinais de controlo dos controladores de velocidade RST (modelo do veículo à escala 1:10) ..	65
<b>Figura 5.13</b> - Resposta em velocidade com o TCS inativo (modelo do veículo à escala 1:10).....	66
<b>Figura 5.14</b> - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.13 .....	67
<b>Figura 5.15</b> - Coeficientes de deslize referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.13 .....	67
<b>Figura 5.16</b> - Resposta em velocidade com o TCS ativo (modelo do veículo à escala 1:10) .....	68
<b>Figura 5.17</b> - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.16 .....	68
<b>Figura 5.18</b> - Coeficientes de deslize referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.16 .....	69
<b>Figura 5.19</b> - Resposta em velocidade com o TCS inativo (modelo do veículo real) .....	69
<b>Figura 5.20</b> - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.19 .....	70
<b>Figura 5.21</b> - Coeficientes de deslize referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.19 .....	70
<b>Figura 5.22</b> - Resposta em velocidade com o TCS ativo (modelo do veículo real).....	71
<b>Figura 5.23</b> - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.22 .....	71
<b>Figura 5.24</b> - Coeficientes de deslize referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.22 .....	72

<b>Figura 5.25</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo à escala 1:10) .....	73
<b>Figura 5.26</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.25 .....	74
<b>Figura 5.27</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.25 .	74
<b>Figura 5.28</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.25.....	75
<b>Figura 5.29</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global ativo (modelo do veículo à escala 1:10) .....	75
<b>Figura 5.30</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.29.....	76
<b>Figura 5.31</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.29 .	76
<b>Figura 5.32</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.29.....	77
<b>Figura 5.33</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo real).....	77
<b>Figura 5.34</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.33 .....	78
<b>Figura 5.35</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.33 .	78
<b>Figura 5.36</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.33.....	79
<b>Figura 5.37</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global ativo (modelo do veículo real).....	79
<b>Figura 5.38</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.37.....	80
<b>Figura 5.39</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.37 .	80
<b>Figura 5.40</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.37 .....	81
<b>Figura 5.41</b> - Ilustração da manobra de dupla mudança de faixa, com e sem ESC ativo [87].....	82
<b>Figura 5.42</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo à escala 1:10) .....	83
<b>Figura 5.43</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.42.....	83
<b>Figura 5.44</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.42 .	84
<b>Figura 5.45</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.42.....	84
<b>Figura 5.46</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controlo global ativo (modelo do veículo à escala 1:10) .....	85
<b>Figura 5.47</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.46.....	85
<b>Figura 5.48</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.46 .	86
<b>Figura 5.49</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.46.....	86
<b>Figura 5.50</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo real).....	87

<b>Figura 5.51</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.50.....	87
<b>Figura 5.52</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.50 .	88
<b>Figura 5.53</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.50.....	88
<b>Figura 5.54</b> - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controlo global ativo (modelo do veículo real).....	89
<b>Figura 5.55</b> - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.54.....	89
<b>Figura 5.56</b> - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.54 .	90
<b>Figura 5.57</b> - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.54.....	90
<b>Figura B.1</b> - Modelo Simulink® do veículo com quatro motores elétricos.....	97
<b>Figura B.2</b> - Submodelo: corpo do veículo.....	98
<b>Figura B.3</b> - Submodelo: roda esquerda dianteira .....	99
<b>Figura B.4</b> - Submodelo: roda direita dianteira .....	99
<b>Figura B.5</b> - Submodelo: roda esquerda traseira .....	100
<b>Figura B.6</b> - Submodelo: roda direita traseira .....	100
<b>Figura B.7</b> - Submodelo: motor elétrico.....	101
<b>Figura B.8</b> - Submodelo: roda (Condição inicial do integrador: 0).....	101

## Tabelas

<b>Tabela 3.1</b> - Nomenclatura das variáveis e parâmetros do modelo do veículo .....	23
<b>Tabela 3.2</b> - Parâmetros da fórmula mágica para a relação $\mu_x(\sigma)$ [74].....	31
<b>Tabela 3.3</b> - Parâmetros da fórmula mágica para a relação $\mu_y(\alpha)$ .....	31
<b>Tabela 3.4</b> - Parâmetros da fórmula mágica para as relações $\mu_x(\alpha)$ e $\mu_y(\sigma)$ .....	32
<b>Tabela 3.5</b> - Parâmetros $\Pi$ de um veículo.....	40
<b>Tabela 3.6</b> - Parâmetros utilizados para modelar os veículos .....	41
<b>Tabela 3.7</b> - Parâmetros dos motores elétricos DC.....	42
<b>Tabela 5.1</b> - Principais dimensões dos dois modelos de veículo utilizados nas simulações .....	55
<b>Tabela 5.2</b> - Significado das legendas dos gráficos apresentados neste capítulo.....	56
<b>Tabela B.1</b> - Condições iniciais dos integradores do submodelo da Figura B.2.....	98

## Lista de acrónimos

<b>ABS</b>	<i>Anti-lock Braking System</i>
<b>BLDC</b>	<i>Brushless DC Motor</i>
<b>DYC</b>	<i>Direct Yaw moment Control</i>
<b>EBA</b>	<i>Emergency Brake Assist</i>
<b>EBD</b>	<i>Electronic Brakeforce Distribution</i>
<b>ECM</b>	<i>Electric Corner Module</i>
<b>ECU</b>	<i>Electronic Control Unit</i>
<b>EDS</b>	<i>Electronic Differential System</i>
<b>ESC</b>	<i>Electronic Stability Control</i>
<b>IRS</b>	<i>Illinois Roadway Simulator</i>
<b>MFC</b>	<i>Model Following Control</i>
<b>MIMO</b>	<i>Multiple Input, Multiple Output</i>
<b>NCAP</b>	<i>New Car Assessment Programme</i>
<b>NTP</b>	<i>Normal Temperature and Pressure</i>
<b>PURRS</b>	<i>Pennsylvania University Rolling Roadway Simulator</i>
<b>SIPS</b>	<i>Side Impact Protection System</i>
<b>SRS</b>	<i>Supplemental Restraint System</i>
<b>SUV</b>	<i>Sport Utility Vehicle</i>
<b>TCS</b>	<i>Traction Control System</i>
<b>TPMS</b>	<i>Tire Pressure Monitoring System</i>

# 1 Introdução

O automóvel é das mais brilhantes invenções a nível mundial. Permite o rápido transporte de pessoas e mercadorias e oferece uma autonomia de escolha de destino que os transportes públicos limitam. Contribuiu para uma evolução histórica da locomoção desde o seu surgimento, em 1769 [1], evoluindo muito desde essa altura até aos dias de hoje. Desde a sua primeira versão, com motor a vapor, até aos atuais veículos com motor de combustão interna ou elétrico, a melhoria de desempenho foi enorme.

A melhoria de desempenho traduziu-se, entre outras coisas, numa capacidade do automóvel se deslocar a uma maior velocidade. Tal resulta numa maior probabilidade de ocorrência de acidentes e no aumento da intensidade dos mesmos, com maiores danos pessoais e materiais. É neste contexto que surgem as preocupações com a segurança, quer dos passageiros, quer dos pedestres.

A segurança automóvel é dividida em duas categorias: a passiva, que é constituída pelos sistemas e medidas de segurança que visam diminuir as consequências em caso de acidente (como, por exemplo, os *airbags*, os encostos de cabeça, as barras laterais de proteção, os pré-tensores nos cintos de segurança, o sistema de retenção para crianças, entre outros) e a ativa, que inclui os componentes e os sistemas cujo objetivo é evitar a ocorrência de acidentes (dos quais são exemplos, o sistema de anti bloqueio das rodas, o sistema de controlo de tração, o sistema de controlo de estabilidade eletrónico, a suspensão ativa controlada eletronicamente, a direção assistida, os sistemas de travagem e os equipamentos de apoio à visibilidade).

O foco desta dissertação incidirá sobre os sistemas de segurança ativa (baseados em microcontroladores e sensores). O grande desafio deste tipo de sistemas é melhorar a estabilidade e a manobrabilidade do veículo em condições adversas de condução, sem prejudicar o desempenho do mesmo, nem contrariar a vontade do condutor (ou seja, os comandos de aceleração, de travagem e de ângulo de direção que este controla). Independentemente da designação dada por cada fabricante automóvel, estes sistemas podem-se dividir em quatro grandes grupos:

- Sistema diferencial eletrónico (EDS - *Electronic Differential System*) – controla a velocidade das rodas de um carro em curva de forma diferenciada, uma vez que as rodas exteriores à curva percorrem uma maior distância, comparando com a distância percorrida pelas rodas interiores;
- Sistema de anti bloqueio das rodas (ABS - *Anti-lock Braking System*) – evita o bloqueio das rodas em situação de travagem, aumentando a tração e a manobrabilidade do veículo;
- Sistema de controlo de tração (TCS - *Traction Control System*) – previne o deslize exagerado das rodas de um veículo em aceleração, tendo o mesmo efeito que o ABS na travagem;

- Sistema eletrônico de controlo de estabilidade (ESC - *Electronic Stability Control*) – mantém, ou pelo menos melhora, a estabilidade do veículo em situações de curva onde o veículo tenderia a entrar em subviragem ou sobreviragem na ausência de controlo.

## 1.1 Motivação

Já existem muitos estudos sobre este assunto e também soluções comerciais de sistemas de segurança ativa para veículos convencionais (com motor de combustão interna). Todavia, há uma configuração de veículo que merece a atenção desta investigação, tendo em conta o seu potencial ao nível da proteção ambiental e ao nível do controlo.

Esta configuração materializa-se no veículo elétrico com tração nas quatro rodas, com a particularidade de cada roda ser controlada por um motor elétrico independente. Os motores elétricos têm várias vantagens [2]: a geração do torque é muito rápida e precisa, o valor de torque gerado é facilmente obtido através da corrente do motor e cada motor pode ser embutido em cada roda (*in-wheel motors* [3]). É também conhecido que a resposta deste tipo de motores é cerca de 10 ms, que estes tornam mais fácil a implementação de algoritmos de controlo e que os modelos de simulação desta configuração de veículo são mais simples, o que é conveniente para validar os algoritmos de controlo antes de os implementar [4]. Outra característica interessante dos motores elétricos é a travagem regenerativa, o que permite implementar o sistema ABS sem componentes adicionais [5].

Do ponto de vista mecânico, também há uma simplificação do veículo ao optar-se por esta configuração, não sendo necessário eixo de transmissão e outros componentes mecânicos complexos. Consequentemente, o peso total do veículo pode ser reduzido, assim como as perdas mecânicas de transmissão de torque.

Para estudar a implementação dos sistemas de segurança neste tipo de veículo é necessário proceder-se à elaboração do seu modelo matemático. O passo seguinte é escolher uma ferramenta que permita a simulação do modelo e o teste dos algoritmos de controlo. A plataforma escolhida é Matlab/Simulink®, com a qual os estudantes desta instituição se familiarizam desde cedo. Por fim, o teste em sistemas reais, que pode ser feito utilizando veículos reais ou veículos de pequena escala, tem como finalidade validar as estratégias de controlo desenvolvidas.

A simulação computacional é uma ferramenta essencial para projetar, analisar e desenvolver o protótipo de um veículo e dos seus sistemas de controlo. Esta é a ferramenta disponível para a maioria dos investigadores com baixo orçamento disponível e para as investigações que decorrem em contexto académico, uma vez que testes com veículos à escala real são muito dispendiosos, envolvem grande área de teste e são potencialmente perigosos para as pessoas e para o meio envolvente.

Contudo, nenhum modelo matemático consegue representar completamente um sistema físico real. É neste contexto que os testes com veículos de pequena escala surgem como uma alternativa mais barata e segura, fazendo a ponte entre a simulação computacional e os testes com veículos à escala real, permitindo uma investigação mais aprofundada a quem tem menor orçamento disponível.

Os veículos de pequena escala podem ser usados para estudar veículos à escala real, se forem tidos em conta os devidos cuidados para garantir a semelhança dinâmica entre os dois sistemas. Tal semelhança é garantida pelo teorema de Buckingham-Pi [6]. Fazer testes com veículos de pequena escala tem várias vantagens [7]:

- Estes veículos são mais simples e baratos;
- Não há pedestres ou condutores em risco durante os testes;

- É relativamente simples alterar as condições de teste;
- Os testes são seguros, rápidos e repetíveis.

Há, contudo, uma desvantagem óbvia, a dinâmica do veículo é afetada com maior facilidade por irregularidades do pavimento, mas tal aspeto pode ser acautelado aquando da realização dos testes.

O número de estudos sobre a configuração de veículo com quatro motores elétricos controlados de forma independente é reduzido e ainda não existem veículos comerciais que a materializem. Assim, pretende-se com esta dissertação avaliar a viabilidade desta configuração, através do desenvolvimento e teste de algoritmos de controlo, que implementem os principais sistemas de segurança ativa anteriormente descritos, num veículo com estas características.

## 1.2 Objetivos e metodologia

Os objetivos desta dissertação de mestrado incluem:

- Criar um modelo de simulação de um veículo com quatro motores elétricos controlados de forma independente, em Simulink®, para parametrizar e avaliar o comportamento de cada um dos quatro grupos de sistemas de segurança ativa já mencionados;
- Desenvolver algoritmos de controlo que implementem esses sistemas e testar os mesmos recorrendo ao Matlab®;
- Elaborar uma estratégia de controlo que permita a coexistência e a colaboração dos sistemas desenvolvidos;
- Posteriormente, proceder à implementação num sistema embutido de tempo-real (*kernel* FreeRTOS), para controlo de um carro modelo rádio comandado.

A elaboração do modelo de veículo tem por base a análise da interação física entre a superfície e os pneus, a relação entre as forças geradas por estes e o corpo do veículo e os armazéns de energia dos motores elétricos. Na sua implementação em Simulink® apenas é usada a biblioteca base deste *software*.

O controlador base dos sistemas de segurança é o controlador de velocidade de cada roda, para o qual são apresentadas três alternativas: um controlador PI (proporcional e integrador) cuja variável de controlo é a tensão, um controlador PI cuja variável de controlo é a corrente e um controlador RST cuja variável de controlo é a tensão. Os restantes algoritmos de controlo dependem do bom funcionamento deste controlador. O EDS é apenas um calculador de velocidades, enquanto que o TCS e o ESC são implementados por um controlador proporcional.

A malha de controlo final engloba todos os controladores: o EDS não se encontra na malha, apenas calcula a velocidade de cada roda em função dos comandos do condutor; o ESC corrige as velocidades de referência calculadas pelo EDS de forma a manter a estabilidade do veículo; o TCS corrige novamente as referências de velocidade de modo a diminuir o deslize de cada roda e aumentar a manobrabilidade do veículo; por fim, o controlador de velocidade impõe, em cada instante, a velocidade de referência calculada pelos sistemas anteriores.

A implementação dos sistemas de segurança num protótipo não foi concretizada. Contudo, este documento inclui uma análise dimensional entre veículos reais e veículos de pequena escala, com vista à implementação futura dos sistemas desenvolvidos nesta dissertação.



### **1.3 Estrutura da dissertação**

Este documento está organizado da seguinte forma:

- No **Capítulo 1**, introduz-se o tema do presente documento e o seu respetivo enquadramento, a motivação para o trabalho desenvolvido, os objetivos a alcançar e a metodologia adotada para tal.
- O **Capítulo 2** apresenta uma revisão do estado da arte, com enfoque nos sistemas de segurança existentes no mercado, nos veículos elétricos e nos estudos já realizados sobre este género de sistemas em veículos com motor elétrico embutido em cada roda.
- No **Capítulo 3**, expõe-se a descrição matemática do veículo com quatro motores elétricos de forma detalhada, começando pela relação de forças entre o corpo do veículo e as rodas, passando pelo modelo de geração de forças dos pneus e pelo modelo do motor elétrico, e terminando com os parâmetros do sistema e uma análise dimensional.
- No **Capítulo 4**, evidenciam-se os algoritmos desenvolvidos para implementar os sistemas de segurança em estudo, o que inclui os controladores: o de velocidade, o diferencial, o de tração e o de estabilidade. Por fim, analisa-se o sistema de controlo global.
- O **Capítulo 5** constitui a coletânea de resultados, obtidos por simulação em Matlab/Simulink<sup>®</sup>, que demonstram o efeito dos sistemas de segurança na manobrabilidade e estabilidade do veículo, evidenciando a sua importância.
- No **Capítulo 6**, expõem-se as conclusões decorrentes do trabalho realizado e dos resultados obtidos. São também dadas sugestões para a continuação do estudo deste tema.
- No **Anexo A**, retrata-se a obtenção dos parâmetros do modelo de pneu de Pacejka (que modela a interação entre o pneu e a estrada), a partir da referência [66].
- No **Anexo B**, apresenta-se a implementação em Simulink<sup>®</sup> do modelo do veículo elétrico em análise, uma vez que a sua obtenção através da descrição matemática do sistema não é trivial.
- No **Anexo C**, mostra-se o código Matlab<sup>®</sup> utilizado para simular o desempenho dos sistemas de segurança, de modo a facilitar o possível trabalho futuro de melhoramento e implementação dos algoritmos desenvolvidos.

## 2 Estado da arte

Antes de formular e analisar o modelo de veículo que servirá de base à simulação da abordagem de controlo adotada nesta dissertação, é útil apresentar, a fim de contextualizar, a evolução dos sistemas de segurança automóvel. É também exposto o princípio de funcionamento dos mesmos e o modo como se implementam em veículos convencionais (com motor de combustão interna). Tendo em conta o tipo de veículo em foco nesta dissertação, apresenta-se também a evolução dos veículos elétricos, os motores elétricos embutidos na roda (que viabilizam a configuração em estudo) e alguns dos estudos já existentes sobre a implementação de sistemas de segurança ativa neste tipo específico de configuração. Tendo em vista trabalho futuro, apresentam-se também investigações que utilizam veículos de pequena escala para validar algoritmos de controlo (que constituem os sistemas de segurança ativa).

### 2.1 *Evolução da segurança automóvel*

A história da segurança automóvel principia-se após o registo do primeiro acidente rodoviário, a 31 de agosto de 1869 [8], onde uma mulher perdeu a vida. A primeira medida de segurança automóvel foi a introdução de quatro travões hidráulicos num dos modelos do fabricante Duesenburg, em 1922. A partir de 1930, a inclusão de um vidro de segurança passou a ser uma característica de todos os carros do histórico fabricante Ford. Em 1949, o Chrysler Crown Imperial tornou-se no primeiro carro equipado com travões de disco.

O primeiro elemento de segurança introduzido num automóvel com forte impacto na redução da gravidade dos acidentes foi o cinto de segurança, inovação promovida pela Volvo, em 1959 [9], e que ainda hoje é o componente de segurança passiva mais eficiente. Em 1965, surgiu a primeira legislação sobre a obrigatoriedade do uso do cinto de segurança, no Reino Unido, a qual determinou que todos os carros novos vendidos a partir dessa data teriam de incluir este elemento de segurança nos bancos da frente. O mesmo tipo de obrigação para os bancos traseiros só surgiu em 1987, também no Reino Unido. A legislação noutros países surgiu tipicamente mais tarde.

Em 1966, a Jensen Motors lança o primeiro sistema ABS mecânico no modelo Jensen FF, que se revelou um sistema dispendioso e não confiável.

A Volvo voltou a inovar, em 1968, com a introdução dos encostos de cabeça nos bancos da frente, elemento que protege a cabeça e o pescoço dos passageiros em caso de choque traseiro. Em 1998, o fabricante sueco Saab introduziu os encostos de cabeça ativos, um pouco mais avançados do que os primeiros.

A Mercedes foi o primeiro fabricante automóvel a lançar o ABS eletrónico, em 1978, no seu modelo classe S de gama alta. A tecnologia foi desenvolvida pela Bosch, apresentando grandes melhorias face à primeira versão comercial da Jensen Motors. Este reconhecido fabricante automóvel volta a lançar uma novidade no mercado, em 1981, com a introdução do *airbag* para o condutor, incluído no seu sistema SRS (*Supplemental Restraint System*). Como desenvolvimento posterior do ABS surgiu o TCS, lançado pela Bosch, em 1986 [10].

A Volvo voltou a estar na linha da frente em 1991 e em 1994, lançando primeiro o seu sistema SIPS (*Side Impact Protection System*) e seguidamente melhorando este sistema com a inclusão de *airbags* laterais.

Em 1995, nova parceria entre a Mercedes e a Bosch resulta na introdução no mercado do sistema de segurança ativa mais relevante até à data, o sistema eletrónico de controlo de estabilidade, com o acrónimo ESP (*Electronic Stability Program*).

No ano seguinte, 1996, dá-se o primeiro encontro da organização Euro NCAP (*New Car Assessment Programme*). Os primeiros resultados dos testes de impacto de choque surgem um ano depois, consagrando o modelo Volvo S40 como o mais seguro em proteção de passageiros adultos, com uma classificação de 4 estrelas. Mais uma vez, a Volvo destaca-se como uma marca que prima pela segurança. Ainda assim, o primeiro modelo a ter uma classificação de 5 estrelas foi o Renault Laguna, em 2001.

A partir de 2005, surgem sistemas mais sofisticados, como é o caso do sistema de aviso de afastamento da faixa, introduzido pela Citroen nos seus modelos C4, C5 e C6. A Volvo volta a destacar-se com a introdução do sistema de monitorização de ângulo cego no modelo S80, em 2007, que alerta visualmente o condutor da existência de circulação de veículos no referido ângulo. Em 2008, introduz no modelo XC60 o sistema de travagem automática, que avisa o condutor no caso de existir um obstáculo frontal estacionário e trava o veículo se este não reagir. Em 2015, o modelo XC90 apresentou mais novidades: deteção de pedestres no escuro, desvio automático de obstáculos e *cruise control* ativo, para seguir veículos que circulam à sua frente e também marcas da estrada.

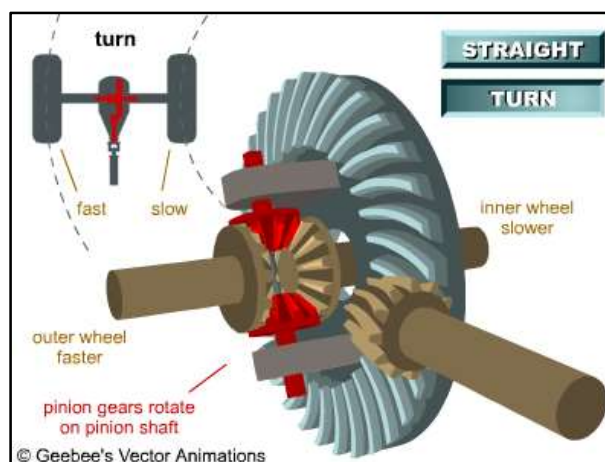
## **2.2 Diferencial mecânico e diferencial eletrónico**

O diferencial mecânico é um componente composto por várias rodas dentadas, característico dos carros com motor de combustão interna, localizado no centro de um eixo que inclui as rodas motrizes e cuja configuração física lhe permite distribuir automaticamente o torque gerado pelo motor de um veículo, para a roda que enfrente menor oposição ao movimento. O diferencial tem três funções [11]:

- Entregar o torque gerado pelo motor às rodas;
- Fazer a redução final de velocidade antes de o movimento de rotação ser transmitido às rodas;
- Permitir que as rodas tenham uma velocidade diferente quando necessário, o que acontece sobretudo quando o veículo se encontra em curva.

Este elemento é necessário dado que num veículo em curva as quatro rodas descrevem trajetórias com diferentes raios e as rodas do lado interior à curva têm menor velocidade. Na ausência de diferencial a mesma potência seria entregue às rodas motrizes, o que forçaria um maior deslizamento nas rodas interiores à curva, resultando num maior desgaste dos pneus e numa pressão sobre os eixos de transmissão desnecessária. No caso de o eixo conter rodas não motrizes (veículos com tração apenas num dos eixos) o diferencial não é necessário, uma vez que estas rodam livremente com a velocidade

imposta pelo corpo do carro em função da trajetória. Os veículos, em que a tração às quatro rodas só é ativada quando necessário, possuem um diferencial central que distribui o torque gerado pelo motor uniformemente, quando este tipo de tração é acionado.



**Figura 2.1** - Diferencial mecânico simples [11]

O diferencial mecânico na sua forma simples, como apresentado na Figura 2.1, cumpre a sua função em curva e distribui o torque uniformemente em linha reta. Tem, todavia, uma grande desvantagem: mesmo em linha reta, se uma das rodas do mesmo eixo tiver menor tração, quase todo o torque gerado pelo motor será entregue a essa mesma roda, quando o desejável seria o contrário.

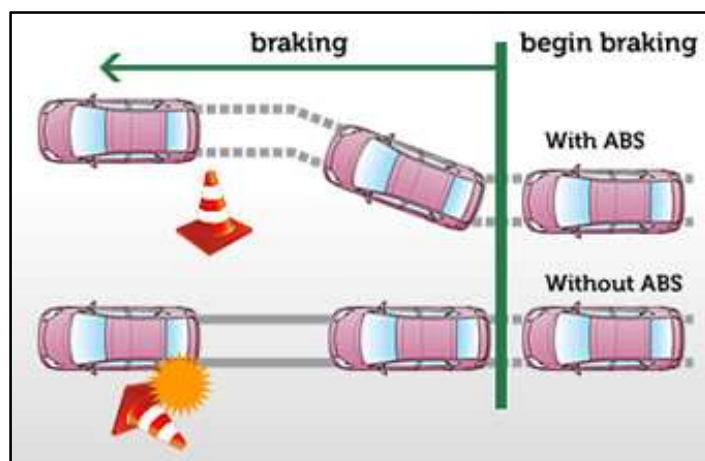
Para resolver este problema mecanicamente existe o diferencial com limitador de desliz, que pode ser baseado em várias configurações distintas. Estes diferentes tipos de diferencial têm como denominador comum o aumento de complexidade dos componentes mecânicos.

Nos veículos com quatro motores elétricos este problema não acontece, visto que o controlo destes é independente. O sistema diferencial eletrónico é implementado por *software*, mostrando-se muito vantajoso: simplificação do sistema mecânico, devido à ausência de transmissão e engrenagens; permite travagem regenerativa distribuída; o torque não é limitado pela roda com menor tração e tem tempos de resposta mais rápidos.

## **2.3 Sistemas de controlo de tração**

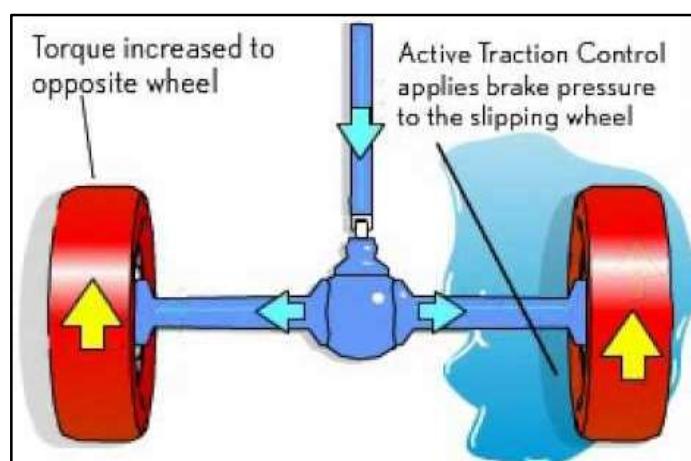
Existem dois tipos de sistema de controlo de tração, o ABS para a travagem e o TCS para a aceleração. O princípio de funcionamento é o mesmo, a velocidade de cada roda e a velocidade do veículo são obtidas através de sensores, uma ECU (*Electronic Control Unit*), baseada num microcontrolador, verifica se a roda está bloqueada ou com desliz excessivo e toma medidas de correção.

Nos sistemas ABS atuais esta correção é feita controlando eletronicamente a intensidade da pressão exercida pelo travão de cada roda, diminuindo assim o desliz da roda e recuperando tração. A grande vantagem do ABS não é a redução da distância de travagem, mas sim manter a manobrabilidade do veículo enquanto se trava.



**Figura 2.2** - Ilustração da vantagem do sistema ABS [12]

Quanto ao TCS, este pode ser implementado de duas formas [13]. É aplicada a intensidade de travagem necessária para reduzir o deslizamento excessivo da roda, ou em alternativa, o controlador reduz a potência do motor, limitando a injeção de combustível de forma intermitente, à semelhança do que acontece com o travão no caso do ABS.



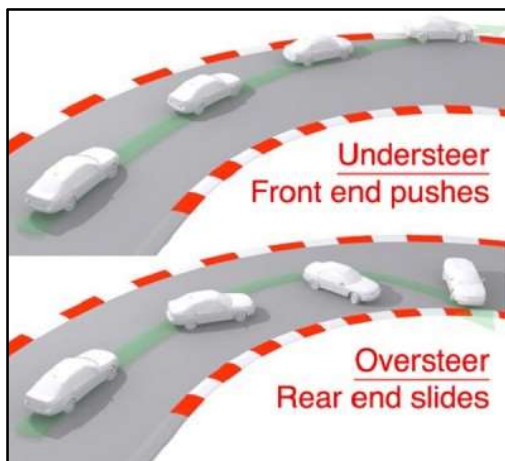
**Figura 2.3** - Funcionamento do TCS [14]

Na configuração em estudo nesta dissertação, dado que a velocidade de cada roda é controlada de forma independente, o motor elétrico pode ser o único atuador utilizado, reduzindo-se a velocidade com a desaceleração, necessária para cumprir o objetivo de controlo. Devido à possibilidade de travagem regenerativa, os dois sistemas são integrados num único controlador de tração. Pode-se ainda utilizar um sistema híbrido, que utilize travagem mecânica e regenerativa simultaneamente. Aliás, não seria sensato construir um veículo elétrico sem travões mecânicos, uma vez que uma falha no sistema, por falha de energia ou por outra razão, deixaria o condutor sem possibilidade de travar.

## **2.4 Sistema eletrónico de controlo de estabilidade**

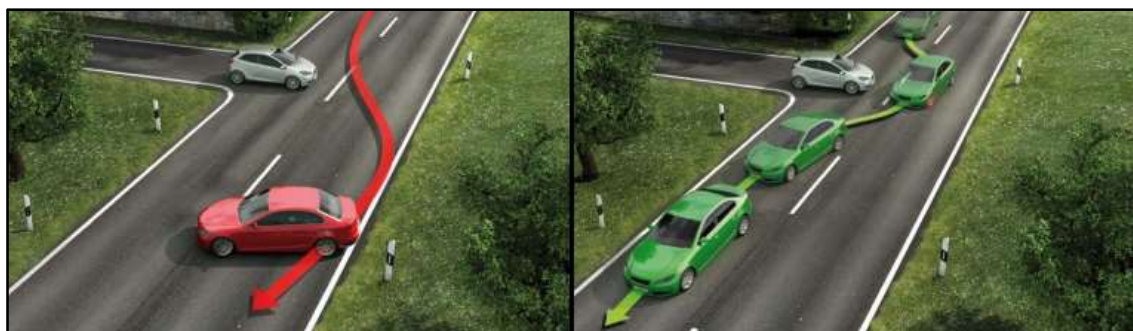
Criado em 1995, pela Bosch [10], este sistema incorpora os sistemas de tração (ABS e TCS) e garante a estabilidade do veículo em manobras que, em condições normais, desviariam o veículo da

trajetória pretendida pelo condutor. O sistema da Bosch monitoriza o veículo continuamente com uma frequência de 40 Hz, verificando, através de sensores, se a trajetória descrita corresponde ao sinal de direção dado pelo condutor através do volante. Se se verificar que o veículo se encontra em subviragem ou sobreviragem (ver Figura 2.4), o sistema aplica a correção necessária. Tal é feito aplicando a intensidade de travagem necessária em cada uma das quatro rodas e/ou diminuindo o torque produzido pelo motor, de modo a conseguir gerar o momento angular contrário, necessário para devolver o veículo à trajetória pretendida.



**Figura 2.4** - Subviragem (acima) e sobreviragem (abaixo) [15]

O ESC consegue, deste modo, a estabilização do veículo dentro dos limites fisicamente possíveis. É claro que existem situações em que os pneus não conseguem gerar força de tração suficiente para estabilizar o veículo. No entanto, a atuação deste sistema é sempre benéfica, uma vez que diminui a intensidade do descontrolo.



**Figura 2.5** - Ilustração de uma manobra perigosa sem ESC (à esquerda) e com ESC (à direita) [10]

O benefício deste sistema é tão significativo que passou a existir legislação para a sua inclusão ser obrigatória. Nos Estados Unidos da América, a legislação entrou em vigor em 2007 [16], para veículos com menos de 4 536 kg. Na Europa, o mesmo aconteceu a partir de 2012 [17].

Segundo a referência [18], o ESC diminui a perda de controlo dos veículos em 24.6 % e reduz acidentes fatais 30 % a 50 % em carros de passageiros e 50 % a 70 % em SUVs (*Sport Utility Vehicles*). Os acidentes com choque que envolvem apenas o próprio veículo também são reduzidos em 54.5 %.

No caso em estudo, o momento angular que é necessário gerar para estabilizar a trajetória do veículo pode ser calculado da mesma forma. Contudo, a forma de distribuição de torque representa um maior desafio devido à redundância de atuadores (os quatro motores elétricos).

## 2.5 Sistemas de segurança avançados

A grande maioria dos fabricantes automóveis já inclui sistemas de segurança ativa mais sofisticados que, por norma, estão reservados aos modelos da gama alta e alguns são opcionais.

A Volvo é, desde sempre, dos fabricantes com maior destaque no que à segurança diz respeito, conseguindo o seu novo modelo XC90 uma classificação de 5 estrelas na avaliação da Euro NCAP, no qual se evidenciam os 100 % obtidos na categoria de sistemas de segurança [19].

IntelliSafe é o nome dado ao conjunto de sistemas de segurança ativa presentes nos modelos da Volvo [20] e inclui:

- *Cruise control* adaptativo, que se certifica que o automóvel mantém a distância necessária relativamente ao veículo à sua frente, tornando a condução mais relaxante, em particular em filas de trânsito citadinas que avançam devagar;
- Câmara de 360°, que permite obter uma vista aérea do automóvel, de modo a que o condutor possa ver obstáculos a partir de qualquer ângulo;
- Sistema de faróis ativo, com mudança de máximos para médios temporariamente, em condução noturna, quando deteta a presença de peões, ciclistas ou outros veículos;
- Sistema de estacionamento assistido, permitindo um estacionamento automático sem a intervenção do condutor;
- Sistema de aviso da presença de um veículo em ângulo cego, eficiente na prevenção de acidentes desnecessários. A informação é obtida por sensores de radar;
- Assistência à manutenção na faixa de rodagem: repõe a trajetória do veículo e emite um alerta vibratório para o condutor;
- Sistema City Safety, com alerta de colisão frontal, deteta todos os obstáculos numa distância de 150 metros à frente do veículo e, se estiver iminente um acidente, alerta o condutor e prepara os travões para uma rápida travagem. Este sistema deteta ainda peões e ciclistas muito próximos do automóvel e despoleta a travagem de emergência automática caso o condutor não tenha tempo de reagir.



**Figura 2.6** - *Cruise control* adaptativo (à esquerda) e ilustração da deteção de peões do sistema City Safety (à direita) [20]

Os carros produzidos a partir de 2007, incluem também um sistema de monitorização da pressão dos pneus, o TPMS (*Tire Pressure Monitoring System*) [21]. A medida pode ser feita de forma direta, através de transdutores de pressão presentes em cada pneu, ou indiretamente, através dos sensores de velocidade das rodas, a partir dos quais se infere o raio do pneu e, consequentemente, a pressão



dos mesmos. Este é um sistema importante na medida em que um pneu com a pressão inadequada leva ao aumento do consumo de combustível e ao desgaste irregular do seu piso (o que, a longo prazo, pode causar a instabilidade do veículo durante a condução).



Figura 2.7 - Consola de um veículo com TPMS [22]

Existem ainda dois sistemas que visam melhorar a eficiência da travagem. Um, o sistema de distribuição da força de travagem eletrónico [23], EBD (*Electronic Brakeforce Distribution*), que maximiza a força de travagem, aplicando maior intensidade nos travões das rodas de trás. Tal é desejável uma vez que a maioria dos automóveis tem a maior carga na parte da frente, ou seja, as rodas de trás têm menor tração dado que suportam menor carga. Outro, o sistema de assistência na travagem de emergência [24], EBA (*Emergency Brake Assist*), que maximiza a intensidade de travagem quando o condutor não aplica força suficiente numa situação de emergência. Ambos os sistemas podem, e devem, coexistir com o ABS.

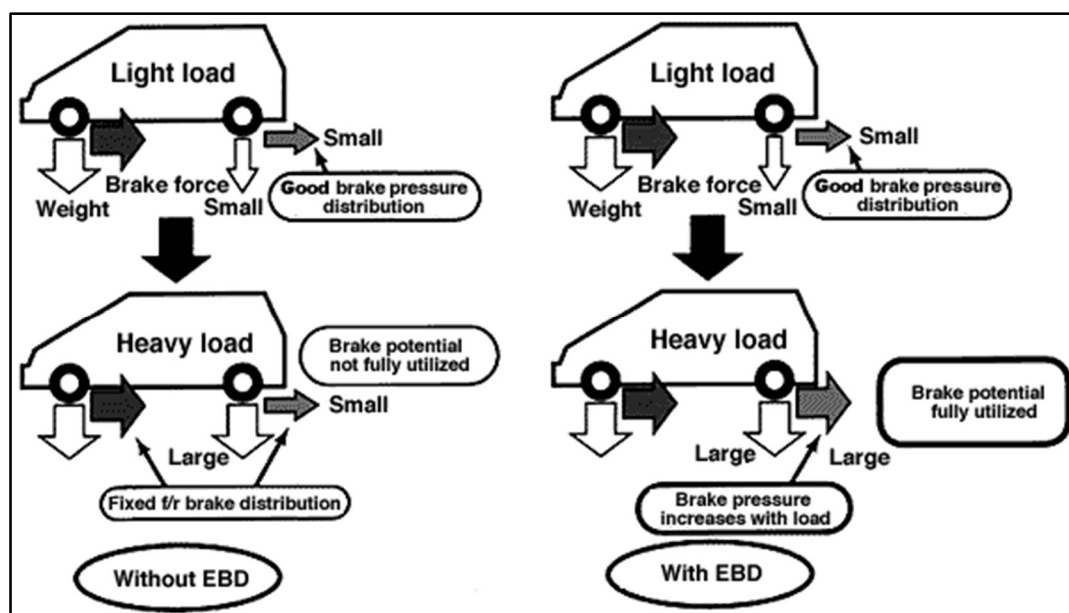


Figura 2.8 - Ilustração do funcionamento do EBD [23]



## 2.6 Veículos elétricos

A autoria da criação do primeiro automóvel elétrico não é unânime. Os créditos dividem-se entre o escocês Robert Anderson, que terá criado o primeiro veículo elétrico num ano situado entre 1832 e 1839, e o americano Thomas Davenport, a quem se atribui o mesmo feito em 1835 [25]. Só em 1873, Robert Davidson conseguiu criar o primeiro veículo elétrico apto à condução em estrada, que, no entanto, não chegou à exploração industrial devido às suas baterias não recarregáveis e aos elevados custos de operação.

Independentemente do efetivo primeiro autor desta invenção, os primeiros veículos elétricos não tinham grande utilidade prática porque as baterias das quais dependiam não eram recarregáveis. Quando a tecnologia destas se desenvolveu o suficiente para se tornarem recarregáveis, potenciando alguma autonomia aos veículos elétricos, surgiram alguns táxis, pequenos camiões e autocarros elétricos, produzidos pela Electric Vehicle Company, no início do século XX [26].

Os veículos elétricos desta altura tinham elevado custo de produção, baixa velocidade máxima e pouca autonomia, pelo que caíram rapidamente em desuso. Em 1904, Henry Ford conseguiu ultrapassar os obstáculos de comercialização dos veículos com motor de combustão interna (ruído, vibração e odor) e conseguiu produzir em série este tipo de automóveis a baixo custo. Desde então, estes veículos (facilmente reabastecíveis, com elevada velocidade máxima e que produzem poluentes) dominaram o mercado até aos dias de hoje.

Por volta da década de 1960, ressurgiu o interesse nos veículos híbridos e elétricos, motivado por preocupações ambientais. Nos anos subsequentes, esse interesse foi reforçado pela crise de petróleo que levou a um aumento do preço dos combustíveis. Durante três décadas, a partir de 1970, foi crescendo o número de protótipos de automóveis híbridos e elétricos, assim como a preocupação ambiental que motivava o seu desenvolvimento.

Em 1997, ainda antes da conferência de Kyoto sobre o aquecimento global (causado, em grande parte, pelas exageradas emissões de CO<sub>2</sub>, para as quais muito contribuem os veículos com motor de combustão interna), foi lançado no mercado japonês o híbrido Toyota Prius, que conseguiu perto de 18 000 exemplares vendidos no ano de lançamento. No mesmo ano, a Audi tornou-se no primeiro fabricante europeu a lançar no mercado um veículo híbrido, o Audi Duo. Em 2002, a Honda lançou o seu segundo veículo híbrido comercial, o Honda Civic híbrido, ficando igualmente na história por ter aspeto e desempenho semelhantes ao Civic convencional. Em 2004, o Toyota Prius II ganhou o prémio de carro do ano, atribuído pela “Motor Trend Magazine” e pelo “North American Auto Show”.



**Figura 2.9** - Primeira geração do Toyota Prius (1997) [27]

Atualmente existem vários tipos de veículos elétricos [28] (em [29] são revelados os melhores carros híbridos e elétricos de 2016 e alguns dos que serão lançados em 2017):

- Os híbridos convencionais, HEVs (*Hybrid Electric Vehicles*), combinam um motor de combustão interna, alimentado a gasolina ou a gasóleo, com um motor elétrico. Não podem ser ligados à tomada e realimentados. As baterias são recarregadas durante as travagens do veículo, através da travagem regenerativa. O torque pode ser gerado simultaneamente pelos dois motores, ou apenas por um deles, permitindo a poupança de combustível e redução de emissões de hidrocarbonetos;
- Os veículos híbridos com possibilidade de realimentação das baterias na rede elétrica pública, PHEVs (*Plug-in Hybrid Electric Vehicles*), permitem uma maior autonomia das baterias, reduzindo ainda mais o consumo e as emissões;
- Os veículos elétricos alimentados por bateria, BEVs (*Battery Electric Vehicles*), são veículos elétricos puros, que não dependem diretamente de combustíveis fósseis e cujo carregamento se procede na rede elétrica, dos quais são exemplos o Nissan Leaf e o Fiat 500e. Tipicamente, têm uma autonomia de 95 a 320 km, como é o caso do Tesla Model S, que atinge este limite superior;
- Os veículos elétricos de células de combustível, FCEVs (*Fuel Cell Electric Vehicles*), são também veículos elétricos puros, todavia armazenam combustível de forma diferente, isto é, têm tanques de hidrogénio que podem ser facilmente reabastecidos em cinco minutos. A energia elétrica é gerada através da reação química entre o oxigénio e o hidrogénio, na qual o único excedente resultante é o vapor de água.

Ainda que os veículos elétricos não sejam diretamente poluentes, a eletricidade que utilizam ainda continua a ser gerada por meios dependentes de combustíveis fósseis e consequentemente poluentes, a acrescer a emissão direta de hidrocarbonetos pelos veículos com motor de combustão interna (que representa 17 % da poluição global [30]). Ainda assim, a aposta futura nos veículos elétricos é para manter e reforçar por parte dos fabricantes automóveis, uma vez que o seu rápido desenvolvimento estimulará a indústria de produção de energia a operar de forma mais limpa, utilizando energias renováveis e não poluentes, ou seja, incutirá melhorias numa indústria que tipicamente evolui devagar.

A utilização de veículos elétricos tem várias vantagens, assim como algumas desvantagens [31, 32].

A vantagem mais óbvia e já constatada é que não produzem diretamente emissões de hidrocarbonetos. O seu custo de utilização é inferior aos veículos que consomem combustíveis fósseis, ainda que existam diferenças de desempenho a este nível, dependendo se o veículo é carregado na rede elétrica pública, ou em casa, e se é um elétrico puro ou um híbrido. As suas baterias são facilmente recicláveis, o que evita um problema de eliminação dos veículos fora de uso. Pode dizer-se também que são igualmente seguros, relativamente aos veículos convencionais e que diminuem a poluição sonora associada à condução, dado que emitem muito pouco ruído.

Quanto às desvantagens, é justo referir que os veículos elétricos são mais caros do que os veículos convencionais da mesma gama. As suas baterias identicamente dispendiosas têm de ser mudadas a cada período entre três e dez anos, demoram entre quatro a oito horas para recarregar completamente e são muito pesadas. A sua autonomia é inferior à dos veículos convencionais e, apesar de ser suficiente para a necessidade de deslocamento do cidadão comum, leva o condutor a sentir alguma ansiedade. Mesmo tendo em conta estas principais desvantagens, os veículos elétricos continuam progressivamente a ganhar espaço no mercado, uma vez que o seu custo de produção, e consequentemente de venda, tem vindo a diminuir com o avanço da tecnologia. O avanço tecnológico

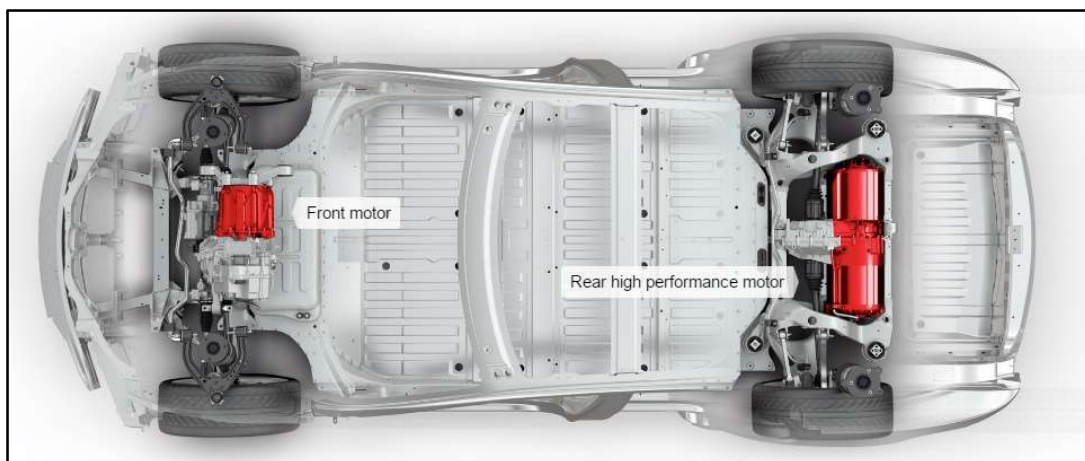
no campo das baterias também tem sido importante, permitindo aos fabricantes aumentar a autonomia dos seus veículos (em [33] apresentam-se os veículos elétricos de 2015 com mais autonomia). O problema do aumento do peso do veículo, devido principalmente às baterias, foi ultrapassado pelo fabricante Tesla (aquele que mais se destaca de entre os que produzem veículos elétricos puros), utilizado um chassi de alumínio ultraleve [34], mas que dota o veículo de elevado grau de segurança em caso de embate.

Relativamente ao mercado mundial, no final de 2015, o conjunto de veículos elétricos puros e híbridos (considerando apenas os que podem ser reabastecidos por tomada elétrica) representavam cerca de 0.1 % do número total de carros registados mundialmente [35]. Prevê-se que este número ascenda a 1 % por volta de 2040, e que a partir de 2022, os veículos elétricos custem o mesmo que os seus equivalentes com motor de combustão interna. A adoção massiva por parte dos consumidores depende de vários fatores, como o incentivo financeiro dos governos à compra de veículos elétricos, a diminuição da margem de lucro dos fabricantes (de modo a diminuir o custo de venda), a diminuição do preço das baterias e a aceitação dos consumidores em pagar mais para conduzirem veículos mais amigos do ambiente. Em Portugal, este mercado também está em crescimento, tendo sido vendidos 645 carros elétricos (com zero emissões) em 2015, um crescimento de vendas de 241 % face a 2014, motivado pelo aumento da oferta das marcas presentes no país e pelos incentivos financeiros reintroduzidos pelo governo [36]. Quanto aos modelos mais vendidos mundialmente, da classe dos veículos elétricos puros, o Nissan Leaf lidera com mais de 200 000 exemplares vendidos, seguido pelo Chevrolet Volt e pelo Tesla Model S, cada um com mais de 100 000 viaturas novas comercializadas (valores de dezembro de 2015, a contar desde o respetivo lançamento de cada um dos modelos) [37].



**Figura 2.10** - Primeira geração do Nissan Leaf (2010) [38]

A grande maioria dos veículos elétricos atualmente comercializados possuem apenas um motor. Os modelos Tesla Model S P90D, 90D e 70D são raras exceções, têm dois motores de indução AC de quatro polos, trifásicos e com rotor de cobre [39, 40]. Os dois motores estão colocados um em cada eixo (Figura 2.11), concedendo ao veículo tração às quatro rodas.



**Figura 2.11** – Ilustração da configuração do Tesla Model S P90D [39]

Existem vários tipos de motores elétricos, embora os encontrados com maior regularidade em veículos elétricos sejam os seguintes [41] (para uma explicação mais detalhada sobre o funcionamento de cada tipo de motor a seguir apresentado poderá ser consultada a referência [42]):

- Motor DC de excitação série, o mais utilizado neste tipo de veículos. Tem, por um lado, o grande benefício de o torque máximo estar disponível no momento do arranque, mas por outro lado, tem mau desempenho quando é necessária velocidade constante em condições de carga variável, pelo que não é o mais indicado para utilizar em estradas com inclinação acentuada. A acrescer a esta desvantagem, este tipo de motor não pode ser utilizado sem carga, pelo que deve estar sempre ligado à transmissão do veículo, sob pena de atingir velocidades tão elevadas que se auto destrói;
- Motor DC de íman permanente, BLDC (*Brushless DC Motor*), o segundo mais utilizado. Tem o grande inconveniente de ser ruidoso e de não possuir um filtro natural para esse ruído, ao contrário do primeiro tipo de motor anteriormente referido. Tipicamente, encontram-se em veículos elétricos de menor dimensão como bicicletas, motocicletas e *scooters*;
- Motor AC de indução trifásico, o terceiro mais popular e com melhor desempenho, só não é o mais utilizado porque eleva o preço do sistema de controlo. Apesar de as baterias poderem ser as mesmas que alimentam os motores DC, é necessário um inversor DC-AC [43]. Este tipo de motor confere algumas vantagens aos veículos elétricos em que é utilizado, nomeadamente uma melhor curva de aceleração (semelhante à dos motores de combustão interna), melhor desempenho em estradas com elevada inclinação, move veículos mais pesados do que os seus equivalentes DC e pode melhorar a autonomia do veículo (com maior ou menor expressão, dependendo do tipo de bateria), uma vez que tem uma travagem regenerativa mais eficaz.

Uma das características mais importantes dos motores elétricos é a travagem regenerativa, isto é, a capacidade que estes têm de funcionar como transdutor de energia cinética para elétrica quando o veículo desacelera ou trava [42]. Tal facto confere vantagens a este tipo de motores: permite aumentar a autonomia do veículo (na presença de um sistema inteligente de gestão de energia) e diminui os custos de manutenção do veículo, uma vez que minimiza a utilização dos travões mecânicos (e, consequentemente, também reduz o desgaste do sistema de travagem). É até possível implementar um sistema de travagem sem componentes adicionais além do motor, mas tal é desaconselhado, uma vez que uma falha elétrica deixaria o veículo sem possibilidade de travar. A principal desvantagem da travagem regenerativa é o facto de o motor se encontrar em funcionamento ininterrupto, ora funcionando como gerador de binário ou de energia elétrica, o que leva ao seu

sobreaquecimento. O sobreaquecimento do motor pode causar a sua destruição por desmagnetização dos ímanes permanentes, no caso dos BLDC, ou por rotura do isolamento dos condutores utilizados nos enrolamentos. Conclui-se então que uma aplicação com um motor elétrico deve sempre incluir um sistema de monitorização de refrigeração adequado.

A configuração de veículo elétrico abordada nesta dissertação não existe no mercado sob a forma de carro convencional, apesar da ideia já existir desde o início do século XX [44]. Esta configuração é normalmente utilizada em carros desportivos, como são os casos do Mercedes-Benz SLS AMG Electric [45] (com uma potência de 740 hp e velocidade máxima de 249 km/h) e do novo Honda CR-Z elétrico que se encontra em desenvolvimento [44]. A alternativa para utilizar esta configuração em carros comuns são os motores elétricos embutidos na roda (*in-wheel motors*), cuja utilização tem vários prós e contras, que serão abordados no subcapítulo seguinte.

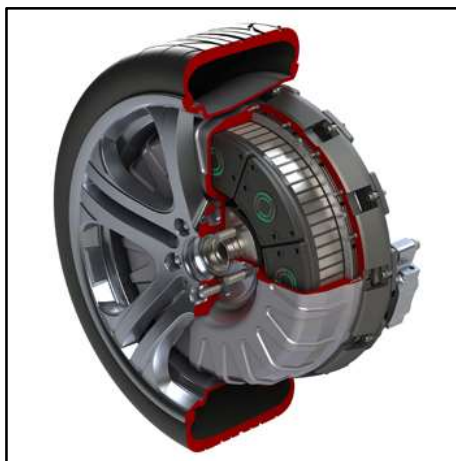
## 2.7 Motor elétrico embutido na roda

O motor elétrico embutido na roda não se traduz numa novidade. A sua primeira utilização num veículo elétrico remonta ao ano de 1898 [46]. Ainda assim, só recentemente ressurgiu o interesse nesta tecnologia. A sua introdução no mercado afigura-se lenta, prevendo-se que, por volta de 2020, apenas 1 000 000 de unidades estarão presentes nos veículos elétricos produzidos até então.

A colocação de motores elétricos no interior ou atrás das rodas aparece sob a forma de módulos elétricos, ECM (*Electric Corner Modules*), que incluem o pneu, a roda, o motor elétrico, a suspensão, o travão e o sistema de arrefecimento. O seu uso traz vários proveitos: possibilidade de tração às quatro rodas sem necessidade de eixo de transmissão, engrenagens do diferencial e outros componentes mecânicos complexos; a eliminação dos componentes mecânicos mencionados permite o aumento do torque transmitido às rodas, um valor que pode chegar aos 96 % do torque total gerado, superando os valores de 85 % e 50 % dos híbridos e dos veículos com motor de combustão interna, respetivamente [47]; maior liberdade para o *design* do interior do veículo; possibilidade de armazenar mais baterias nos veículos, o que lhes conferiria maior potência e autonomia; e ainda uma ótima travagem regenerativa.

Apesar destas vantagens, ainda não existem veículos comerciais com este género de motores, embora já exista um número considerável de *concept cars* e de veículos experimentais, desenvolvidos em universidades e centros de investigação, que utilizam quatro destes motores. A difícil penetração no mercado deve-se aos desafios que a sua utilização implica [48]. O espaço dentro da roda é limitado, pelo que o tamanho dos motores tem de ser necessariamente pequeno. Todavia, é-lhes exigido o fornecimento da potência necessária para um bom desempenho do veículo. Para tal, é necessário utilizar os melhores ímanes disponíveis na construção destes motores (ímanes de neodímio, um material raro no nosso planeta e, por conseguinte, dispendioso). Acresce também a implicação de todos os sistemas de segurança, incluindo o diferencial (que tem de ser obrigatoriamente eletrónico), terem de ser implementados por *software*. A sua implementação em veículos com controlo independente de cada uma das rodas tem particularidades diferentes dos sistemas já existentes, como por exemplo, a travagem regenerativa. Há ainda o problema do aumento do peso não suspenso, sendo que rodas mais pesadas constituem um retrocesso, especialmente para os veículos de competição. Além destas desvantagens, utilizar esta configuração de veículo implicaria repensar todo o seu *design*, desaproveitando muitos dos avanços conseguidos até aos dias de hoje, pelo que o surgimento de veículos comerciais com esta configuração não deverá estar para breve.

O fabricante Protean Electric é um dos mais promissores nesta área, tendo desenvolvido um sistema de condução elétrico embutido na roda, que pode ser utilizado em veículos híbridos e elétricos puros [49]. Este sistema promete melhorar a poupança de combustível, aumentar o torque disponível, melhorar a manobrabilidade de veículos novos ou já existentes e ser facilmente instalado. O motor elétrico que integra o sistema tem uma potência máxima de 75 kW e um torque máximo de 1000 N·m [50].



**Figura 2.12** - Sistema de condução elétrico embutido na roda (Protean Drive™) [49]

## ***2.8 Estudos sobre sistemas de segurança em veículos elétricos***

Do ponto de vista de controlo do veículo não é muito relevante, na configuração com quatro rodas controladas de forma independente, se os motores elétricos são ou não embutidos na roda (embora haja prós e contras associados a ambas as escolhas). O problema com o aumento do peso não suspenso, no caso da utilização de motores embutidos, teria de ser resolvido sobretudo através de modificações na suspensão de cada roda [51]. Mesmo os aumentos da inércia de rotação do veículo e da inércia da roda não são críticos, desde que os seus valores sejam tidos em conta no desenvolvimento dos controladores. O que interessa, de facto, é a possibilidade de controlar as quatro rodas de forma independente, o que é simultaneamente desafiante e promissor, devido à redundância dos atuadores (motores elétricos) e do controlo rápido e preciso dos mesmos.

Longe de ser uma lista exaustiva, segue-se uma revisão de vários estudos já efetuados sobre a implementação dos sistemas de segurança em veículos elétricos com controlo independente das quatro rodas.

Relativamente à implementação do diferencial eletrónico, contemplam-se várias abordagens. Em [52] as velocidades das quatro rodas são calculadas em função do raio da trajetória de cada uma, através do modelo de curva de Ackermann-Jeantand. A sincronização dos motores quando o veículo se move em frente é realizada impondo a menor velocidade de um dos motores aos restantes três, uma vez que os motores possuem pequenas diferenças na sua construção e aplicar o mesmo sinal de controlo não conduz exatamente à mesma velocidade. Em curva é dada prioridade à diferenciação das velocidades, congelando um eventual sinal de aceleração, com o fim de evitar a instabilidade do veículo. Em [53] é implementado um controlador PI seguidor de velocidade, que impõe a velocidade a cada roda calculada pelo algoritmo do diferencial eletrónico. A implementação é verificada por simulação, com um modelo de veículo não linear, e também experimentalmente, com um protótipo

de um veículo elétrico, concluindo-se que esta abordagem melhora o comportamento do veículo em curva e também a eficiência dos motores. Um sistema diferencial eletrônico, para ser implementado num veículo com possibilidade de curvar as rodas da frente e também as de trás, é apresentado em [54]. Este sistema diminui o raio da trajetória e assegura bom seguimento da mesma, seja esta curvilínea ou reta. Em [55] é analisado o diferencial eletrônico implementado por diferença de velocidades. No caso vertente, a trajetória curvilínea é gerada pela diferença de velocidades entre as rodas do lado esquerdo e as rodas do lado direito do veículo, em alternativa ao sistema de direção mecânico comum.

No que respeita aos sistemas de controlo de tração, são também possíveis vários métodos de controlo. Em [56] são apresentadas duas alternativas para o TCS: o controlador seguidor de modelo, MFC (*Model Following Control*), e o controlador ótimo do coeficiente de desliz. O segundo método apresenta melhores resultados do que o primeiro, mas ambos foram simulados e também testados num protótipo de veículo elétrico, desenvolvido a partir do modelo Nissan Micra, na universidade de Tóquio, verificando-se o correto funcionamento dos mesmos. Uma implementação do controlo de tração que não requer a medição da velocidade do veículo é apresentada em [57], também por investigadores da universidade de Tóquio. Este método solicita apenas a medição da velocidade de cada roda, a medição da corrente de cada motor para detetar o desliz e um observador para estimar a força de tração. O sistema é testado com sucesso numa superfície com baixo atrito, em aceleração, utilizando o mesmo veículo referido no estudo anterior. Apesar de apenas ser testado em aceleração, dado que a travagem regenerativa não está disponível no veículo de teste, os autores concluem que o sistema também pode ser aplicado na redução do desliz em travagem. Em [4] é proposto um controlador de modo de desliz adaptável a diferentes condições de estrada de forma automática. Este controlador consegue determinar o coeficiente de desliz ótimo, muda a referência a atingir automaticamente e consegue atingir valores muito próximos desta. Esta estratégia de controlo é validada por simulação em Matlab/Simulink®, utilizando um modelo com sete variáveis de estado.

Existe um grande número de trabalhos de investigação sobre a implementação do sistema de controlo de estabilidade eletrónico. Em [58] são testadas duas estratégias para a realização deste sistema. Um controlador com dois graus de liberdade, em conjunto com uma técnica de distribuição dinâmica ótima de força de tração (que resolve o problema de redundância dos atuadores), é simulado e os resultados demonstram que tem uma resposta rápida e que atinge de forma precisa a referência do objetivo de controlo (a velocidade angular do veículo). É ainda testado um método de controlo direto de velocidade angular do veículo, DYC (*Direct Yaw moment Control*), utilizando o *concept car* COLT EV. Os testes efetuaram-se em estrada seca e com baixa aceleração angular do veículo. Os resultados evidenciam uma melhoria na manobrabilidade e estabilidade do veículo. Em [59] é proposto um controlador DYC com lógica difusa (*fuzzy*), em conjunto com um controlador ativo da direção das rodas dianteiras. A validação desta estratégia de controlo é efetuada através de simulação em Matlab/Simulink® e de experiências com um veículo elétrico com quatro motores embutidos. Os resultados demonstram que o sistema consegue assistir o condutor, mantendo a estabilidade do veículo durante manobras de condução adversas e em várias condições de estrada. Uma estratégia de controlo baseada em dois níveis de controladores é formulada em [60]. O controlador de nível superior é adaptativo, devido aos possíveis erros do modelo e incertezas da parametrização. O controlador de nível inferior é responsável por distribuir o esforço de controlo, de modo a gerar as forças de tração necessárias para estabilizar o veículo durante manobras agressivas. A validação do sistema de controlo desenvolvido é provada por simulações, efetuadas no simulador de alta fidelidade CarSim®. Em [18], através da análise dos recursos existentes num veículo elétrico com quatro motores embutidos, conclui-se que, de entre os três tipos genéricos de controlo de estabilidade (que serão apresentados no Capítulo 4 desta dissertação), o mais adequado para este tipo de veículo é o

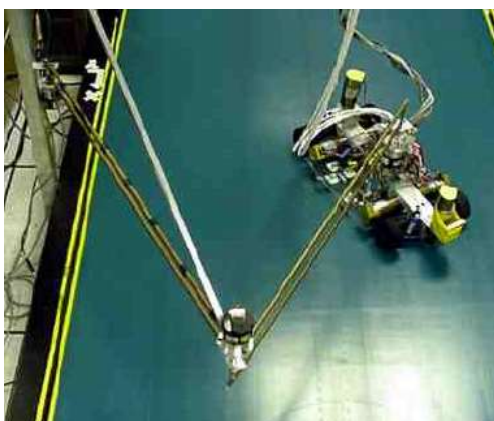


que é baseado na distribuição diferencial de torque. O controlador proposto, conjuntamente com um controlador de modo de desliz, permite gerar o momento angular contrário necessário para estabilizar o veículo. O sistema é validado por simulação em Matlab/Simulink® e através de experiências num banco de testes que inclui motores embutidos (mas não o veículo completo). Em [61] é proposta uma estratégia semelhante à de [18], com a particularidade de o controlador de nível inferior utilizar o algoritmo de mínimos quadrados ponderado para determinar o torque distribuído a cada roda, com o fim de gerar o momento angular desejado. A validação é efetuada apenas por simulação.

## **2.9 Estudos sobre veículos de pequena escala**

Na introdução desta dissertação já se referiram os prós de realizar testes em veículos de pequena escala. Este procedimento traduz-se numa ponte segura entre a simulação dos algoritmos de controlo desenvolvidos no meio de investigação e os testes realizados em veículos reais, em contexto industrial. O comportamento de um veículo real pode ser aproximado por um veículo de pequena escala, o que é justificado pelo princípio de semelhança dinâmica do teorema de Buckingham-Pi, através de um procedimento que será apresentado no capítulo seguinte.

Temos em [62] uma importante referência no que concerne ao estudo da modelação e do controlo de veículos de pequena escala. Este documento relata o desenvolvimento de uma plataforma física de testes denominada IRS (*Illinois Roadway Simulator*), que tem como base uma passadeira rolante. Este componente contribui para tornar os testes seguros, consistentes e repetíveis e para que a área necessária para realizar os testes seja reduzida. São também enunciados vários métodos de controlo lateral de veículos, juntamente com os resultados dos testes realizados na plataforma desenvolvida. São usados três veículos de teste: um com tração atrás e direção no eixo frontal, outro com tração às quatro rodas (proveniente de apenas um motor) e direção em ambos os eixos e um último com quatro motores independentes e com possibilidade de virar as rodas da frente e as de trás. Os sinais provenientes dos sensores e os que têm como destino os atuadores são transmitidos via radiofrequência. Contudo, a posição do veículo é aferida através de um braço mecânico que se encontra permanentemente ligado ao mesmo. Este é um fator que condiciona as manobras possíveis de testar, a acrescer o facto de o veículo se deslocar sempre em frente, o que não permite o teste de trajetórias circulares.



**Figura 2.13** - Sistema IRS [62]

Na investigação relatada em [63] é desenvolvido um mecanismo experimental semelhante. Contudo, no caso em apreço, a posição do veículo é obtida através de um sistema de visão frontal, o



que permite aumentar o número de manobras em teste, embora não resolva a limitação de não se poder testar trajetórias circulares. O veículo de teste é desenvolvido com base num chassi comercial de pequena escala, ao qual são feitas as modificações necessárias para que este tenha semelhança dinâmica com um veículo real (são considerados os valores médios dos parâmetros de vários veículos). É utilizado um controlador PID, para regular a velocidade longitudinal, juntamente com um controlador de realimentação de estados (que integra o sistema de visão) para controlar o movimento lateral.

Em [64] é apresentada uma plataforma de testes semelhante ao IRS, denominada neste caso por PURRS (*Pennsylvania University Rolling Roadway Simulator*). Este documento apresenta alguns procedimentos e conclusões relevantes. Neste é explicado, detalhadamente, como obter experimentalmente parâmetros fundamentais do veículo de pequena escala, como o centro de massa, o momento de inércia angular do mesmo e o coeficiente de rigidez lateral dos pneus de tamanho reduzido. Seguidamente, expõe a metodologia para construir um veículo modelo semelhante, em termos de comportamento dinâmico, ao veículo real Mercury Tracer. É apresentado um conceito importante, o efeito de atraso dinâmico do pneu, que estabelece a geração de força lateral deste como um sistema de primeira ordem, o que se deve à sua deformação. Através dos resultados experimentais dos testes com o veículo de reduzida escala, concluiu-se que: a sua dinâmica é semelhante ao veículo real para manobras de baixa frequência e para manobras de alta frequência se o ângulo de direção for pequeno; o comportamento dos pneus de reduzida escala é diferente do dos pneus normais na região não linear, devendo-se ao facto de não se verificar o efeito do atraso dinâmico, uma vez que proporcionalmente ao tamanho do veículo, a deformação dos pneus de tamanho reduzido é desprezável.

O desenvolvimento de um inovador veículo de teste de escala reduzida é enunciado em [65]. Este caracteriza-se por não usar passadeira rolante como superfície e os seus comandos serem transmitidos remotamente. Desta forma, o veículo tem maior liberdade de movimentos, podendo ser testado um maior leque de manobras. O inconveniente radica na necessidade de maior área disponível para serem realizados os testes. Empiricamente, foi verificado que o veículo de pequena escala se correlaciona bem com os modelos matemáticos, assim como os de grande escala. O autor afirma que os controladores desenvolvidos e testados em veículos de escala reduzida também estabilizam os seus correspondentes de escala real, desde que se garanta que estes são dinamicamente semelhantes pelo teorema de Buckingham-Pi.

Uma vez que a geração de forças por parte do pneu determina o comportamento de um veículo, é essencial estimar a sua resposta. No estudo reportado em [66], adquiriram-se dados, através do teste do tambor, da geração das forças longitudinal e lateral, de um pneu normal e de um pneu de escala reduzida. Os dados foram correlacionados com a fórmula mágica de Pacejka (apresentada no capítulo seguinte), resultando num modelo estimado da resposta de cada pneu, que pode ser usado em simulações da dinâmica planar de um veículo. Os autores concluem que, para dois veículos de distintas escalas serem dinamicamente semelhantes, a curva da resposta da geração de força deve ser semelhante entre o pneu real e à escala. Para tal, é necessário escolher bem o material constituinte dos pneus e manipular a massa do veículo de escala reduzida, de modo a conseguir respostas semelhantes.

## 3 Modelo do veículo

Um automóvel é um sistema MIMO (*Multiple Input, Multiple Output*), uma vez que tem várias entradas (ângulo de direção, intensidade de travagem, aceleração e razão da caixa de velocidades) determinadas pelo condutor, e várias saídas (velocidade longitudinal e trajetória). Os sistemas de segurança consideram ainda variáveis de estado, que podem ou não coincidir com as variáveis de saída, como, por exemplo, a velocidade lateral, a velocidade angular, a velocidade de cada roda e a corrente do motor (no caso de este ser elétrico).

Formular o modelo matemático de um sistema é essencial para prever o seu comportamento através de simulação e proceder à implementação de algoritmos de controlo. Qualquer modelo, além de não ser exato, tem uma relação entre simplicidade e precisão inversamente proporcional, isto é, quanto mais simples, menos preciso e vice-versa. Assim sendo, é necessário identificar as características do sistema que são essenciais para as condições de funcionamento em que este vai operar, tendo em conta o objetivo de controlo pretendido. O modelo não deve ser demasiado complexo, mas também não se podem perder informações relevantes.

O comportamento dos sistemas de natureza física, como o automóvel, é regido por fenómenos de transferência, conversão e dissipação de energia, obedecendo sempre às leis de conservação da mesma. A energia pode assumir várias formas: elétrica, magnética, mecânica, hidráulica, térmica, entre outras. No sistema em estudo, são importantes as transferências de energia do tipo elétrico, mecânico rotacional e mecânico translacional. O motor elétrico é o transdutor que transforma a energia elétrica em energia mecânica rotacional. Por sua vez, cada pneu transforma o movimento rotacional do eixo (formado pelo motor e pela roda) em movimento translacional do veículo, ao entrar em contacto com a superfície em que assenta.

Seguidamente, apresentam-se a nomenclatura das variáveis e dos parâmetros que descrevem o sistema, o modelo da dinâmica longitudinal, o modelo da dinâmica lateral de um só eixo, o modelo da dinâmica planar de um veículo com dois eixos e tração às quatro rodas, o modelo do motor elétrico e o modelo da interação entre o pneu e a estrada. Interligando estes três últimos subsistemas mencionados, obtém-se um modelo não linear e invariante no tempo da configuração do veículo elétrico em estudo. São também expostos os parâmetros utilizados no modelo de simulação e o procedimento para obter a semelhança dinâmica entre dois veículos de diferentes escalas.

### 3.1 Nomenclatura

A nomenclatura adotada nesta dissertação de mestrado é a apresentada na tabela seguinte:

<b>Símbolo</b>	<b>Grandeza física</b>	<b>Unidade</b>
$a$	Distância do centro de massa do veículo ao eixo da frente	m
$b$	Distância do centro de massa do veículo ao eixo de trás	m
$W$	Distância entre as rodas de cada eixo	m
$L$	Distância entre eixos	m
$r$	Raio da roda	m
$x$	Coordenada global do eixo xx	m
$y$	Coordenada global do eixo yy	m
$F_x$	Força longitudinal	N
$F_y$	Força lateral	N
$F_z$	Força normal	N
$g$	Aceleração gravítica	m/s <sup>2</sup>
$v_x$	Velocidade longitudinal do veículo	m/s
$v_y$	Velocidade lateral do veículo	m/s
$v$	Velocidade no centro de massa de cada roda	m/s
$\theta$	Ângulo de direção das rodas dianteiras do veículo	rad
$\delta$	Ângulo de inclinação da estrada	rad
$\alpha$	Ângulo de deslize	rad
$\dot{\alpha}$	Velocidade angular do veículo	rad/s
$\omega$	Velocidade angular da roda	rad/s
$M$	Massa do veículo	Kg
$J_z$	Momento de inércia do veículo segundo o eixo zz	kg·m <sup>2</sup>
$J$	Momento de inércia total no eixo da roda	kg·m <sup>2</sup>
$J_w$	Momento de inércia da roda	kg·m <sup>2</sup>
$J_m$	Momento de inércia do motor elétrico	kg·m <sup>2</sup>
$D_m$	Coefficiente de atrito dinâmico do motor elétrico	N·m/(rad/s)
$K_m$	Constante de ganho de torque do motor elétrico	N·m/A
$K_g$	Constante de ganho da força contraeletromotriz do motor elétrico	V/(rad/s)
$R_a$	Resistência da armadura do motor elétrico	$\Omega$
$L_a$	Indutância da armadura do motor elétrico	H
$v_a$	Tensão aos terminais do motor elétrico	V
$i_a$	Corrente que percorre o motor elétrico	A
$T_m$	Torque gerado pelo motor elétrico	N·m
$V_{a_{max}}$	Valor máximo da tensão de operação do motor elétrico	V
$P_{max}$	Potência máxima do motor elétrico	W
$\rho$	Densidade volúmica do ar em condições NTP	kg/m <sup>3</sup>
$A_f$	Área frontal do veículo	m <sup>2</sup>
$C_d$	Coefficiente aerodinâmico do veículo	Adimensional

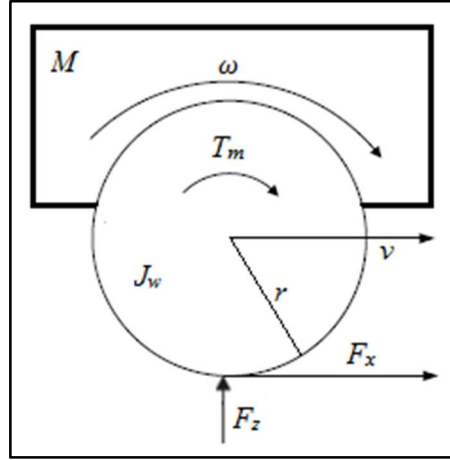
Símbolo	Grandeza física	Unidade
$N$	Razão da caixa de velocidades	Adimensional
$\sigma$	Coefficiente de deslize longitudinal da roda	Adimensional
$\mu$	Coefficiente de atrito entre o pneu e a superfície de contacto	Adimensional
$C_\sigma$	Coefficiente de rigidez longitudinal do pneu	Adimensional
$C_\alpha$	Coefficiente de rigidez lateral do pneu	Adimensional

*Tabela 3.1* - Nomenclatura das variáveis e parâmetros do modelo do veículo

### 3.2 Modelo da dinâmica longitudinal

O modelo da dinâmica longitudinal pode ser formulado e implementado em Simulink® de duas formas: considerando uma roda e um quarto da massa do veículo ou considerando as quatro rodas e a massa total do veículo, sendo que as duas formas produzem resultados equivalentes. A primeira tem a vantagem de ter um tempo de simulação ligeiramente inferior, enquanto que a segunda é o ponto de partida para o modelo da dinâmica planar. Este modelo é suficiente para testar algoritmos de controlo dos sistemas de tração (ABS e TCS).

A sua formulação matemática deduz-se a partir do esquema da Figura 3.1 [67], utilizando a nomenclatura da Tabela 3.1.



*Figura 3.1* - Modelo de uma roda da dinâmica longitudinal

$$M\dot{v}_x = F_x \quad (3.1)$$

$$J_w\dot{\omega} = T_m - F_x r \quad (3.2)$$

$$F_x = F_z \mu_x(\sigma) \quad (3.3)$$

$$F_z = \frac{M}{4} g \sin \delta \quad (3.4)$$

$$\sigma_t = \frac{\omega r - v}{v} \quad (3.5)$$

$$\sigma_a = \frac{\omega r - v}{\omega r} \quad (3.6)$$

As variáveis  $\dot{v}_x$  e  $\dot{\omega}$  são as derivadas da velocidade longitudinal do veículo e da velocidade angular da roda, respetivamente. Os coeficientes de deslize  $\sigma_t$  e  $\sigma_a$  correspondem às situações de travagem e aceleração, respetivamente.

O torque ( $T_m$ ) é produzido pelo motor, de forma proporcional à corrente, como se explicita na formulação do modelo do mesmo (subcapítulo 3.5). Poderia ser subtraída uma parcela de torque representativa de um mecanismo de travagem na equação 3.2, mas neste caso o torque gerado pode ser positivo ou negativo, uma vez que se considera a capacidade de travagem do motor elétrico. O coeficiente de atrito ( $\mu_x$ ) é obtido em função do coeficiente de deslize, pelo modelo de interação entre o pneu e a superfície (são apresentadas duas alternativas no subcapítulo 3.6). No cálculo da força normal ( $F_z$ ) admite-se distribuição uniforme do peso do veículo. A equação 3.5 permite obter o coeficiente de deslize na situação de travagem e a 3.6 calcula o valor do mesmo para a situação de aceleração. O coeficiente de deslize distribui-se na gama  $-1 \leq \sigma \leq 1$ , sendo que o valor -1 significa que a roda está bloqueada e o valor 1 significa que a roda se encontra em movimento, mas o veículo não se desloca. Em linha reta, a velocidade no centro de massa da roda coincide com a velocidade longitudinal do centro de massa do veículo ( $v_x$ ), mas em curva o mesmo não se pode afirmar, como se verá adiante.

Este é um modelo simplificado, que negligencia a resistência de rolamento, a dinâmica da suspensão do veículo, a deformação do pneu e a força aerodinâmica de arrastamento (relevante para valores de velocidade longitudinal superiores a 48 km/h [68]).

### 3.3 Modelo da dinâmica lateral

O modelo de um só eixo é simples, mas suficiente para descrever a dinâmica lateral de um veículo em certas condições. Na sua dedução é assumido que: a largura dos eixos é negligenciável, o pneu opera sempre na região linear e a velocidade longitudinal é constante [65]. À semelhança do modelo da dinâmica longitudinal, neste também não se consideram os efeitos aerodinâmicos, a resistência de rolamento e a geometria da suspensão. Representam-se os dois pneus de cada eixo como um único (supondo-se que têm comportamento semelhante), por isso, a força gerada num só ponto de contacto é o dobro. É importante referir que o ângulo de deslize de um corpo define-se como o ângulo entre a orientação física da sua frente e a orientação com que este se desloca efetivamente. Os ângulos de deslize de cada pneu e do veículo podem ser diferentes entre si.

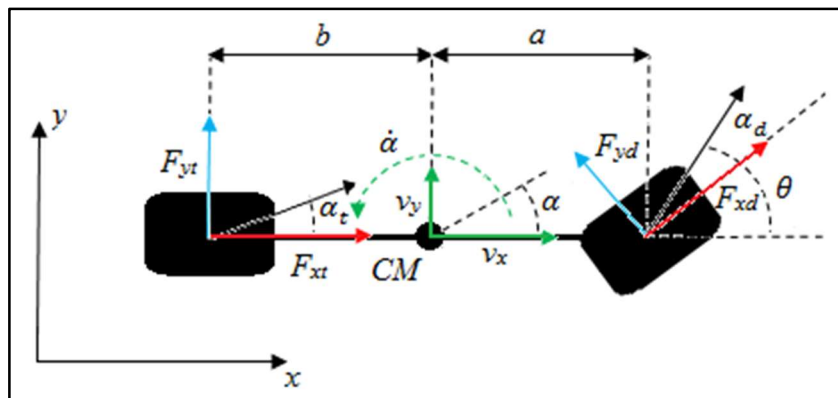


Figura 3.2 - Modelo de um só eixo (CM - centro de massa)

A descrição matemática do sistema representado na Figura 3.2 é a seguinte [65], conforme a nomenclatura da Tabela 3.1:

$$M(\dot{v}_x - v_y \dot{\alpha}) = F_{xd} \cos \theta - F_{xd} \sin \theta + F_{xt} \quad (3.7)$$

$$M(\dot{v}_y + v_x \dot{\alpha}) = F_{xd} \sin \theta + F_{yd} \cos \theta + F_{yt} \quad (3.8)$$

$$J_z \dot{\alpha} = a(F_{xd} \sin \theta + F_{yd} \cos \theta) - bF_{yt} \quad (3.9)$$

$$F_{xd,t} = 2 \frac{T_m}{r} \quad (3.10)$$

$$F_{yd} = 2C_{\alpha d} \alpha_d \quad (3.11)$$

$$F_{yt} = 2C_{\alpha t} \alpha_t \quad (3.12)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{v_y}{v_x} \right) \quad (3.13)$$

$$\alpha_d = \theta - \tan^{-1} \left( \frac{v_y + a\dot{\alpha}}{v_x} \right) \quad (3.14)$$

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left( \frac{v_y - b\dot{\alpha}}{v_x} \right) \quad (3.15)$$

$$\dot{x} = v_x \cos \theta - v_y \sin \theta \quad (3.16)$$

$$\dot{y} = v_x \sin \theta + v_y \cos \theta \quad (3.17)$$

Os acrónimos  $d$  e  $t$  correspondem a dianteiro(a) e traseiro(a), respetivamente. As variáveis  $\dot{v}_x$  e  $\dot{v}_y$  dizem respeito às derivadas da velocidade longitudinal e da velocidade lateral do veículo. As variáveis  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$  representam as derivadas das coordenadas globais  $x$  e  $y$ .

De acordo com as fórmulas apresentadas para o cálculo dos ângulos de deslize, os coeficientes de rigidez lateral dos pneus deverão ser positivos. O modelo pode tornar-se mais preciso e abrangente de uma maior gama de operação, se se considerar um modelo de geração de forças dos pneus não linear. Este modelo descreve relativamente bem o comportamento de veículos reais e aproxima-se de modelos de ordem mais elevada, para acelerações até 0.3 g [62]. Por ser simples, este modelo é bastante utilizado para projetar e simular controladores da dinâmica lateral do veículo.

### **3.4 Modelo da dinâmica planar de um veículo com quatro rodas motrizes**

No sistema em estudo, além da tração ser gerada ativamente por todas as rodas, cada roda é controlada de forma independente e, por isso, as quatro rodas poderão ter comportamentos todos diferentes entre si. Assim, o modelo de um só eixo não é suficiente, sendo necessário um modelo de dinâmica planar completo.

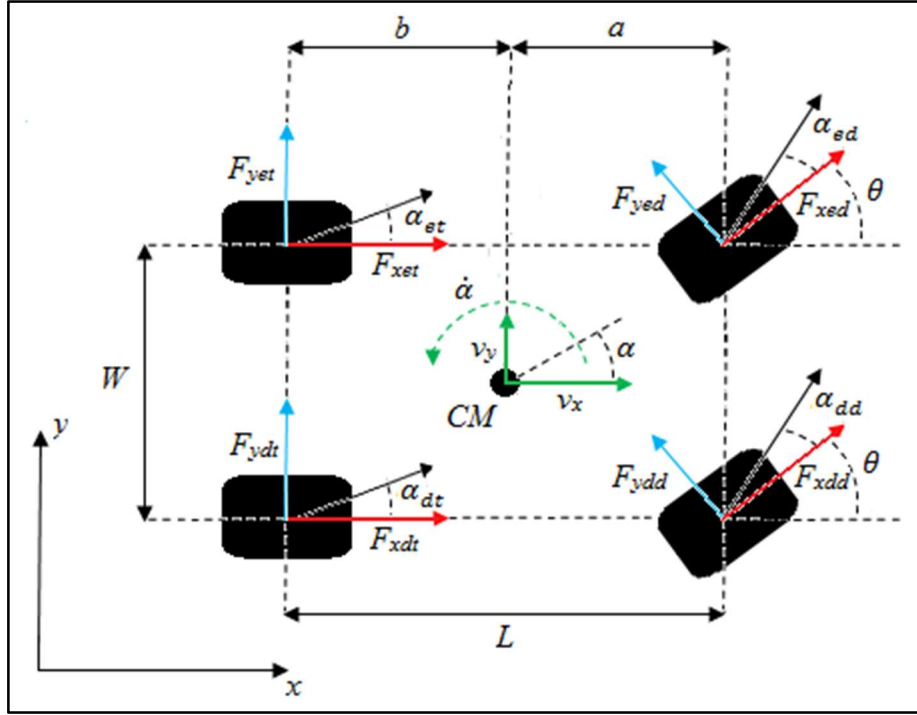


Figura 3.3 – Modelo planar de quatro rodas

Neste modelo não são considerados movimentos giratórios nos eixos  $xx$  e  $zz$ , apenas o do eixo  $yy$ . Designa-se por planar, no sentido de que apenas se considera  $x$  e  $y$  como coordenadas da trajetória do veículo, ou seja, não é considerada a dinâmica vertical. As equações que descrevem a sua dinâmica são semelhantes às do modelo de um só eixo, mas incluem agora as forças de todas as rodas de forma independente [60]. Nas equações que se seguem, que estão em consonância com a Tabela 3.1, os acrónimos *ed*, *dd*, *et* e *dt* significam esquerdo(a) dianteiro(a), direito(a) dianteiro(a), esquerdo(a) traseiro(a) e direito(a) traseiro(a), respetivamente. Relembra-se que  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$  representam as derivadas das coordenadas globais  $x$  e  $y$ .

$$M(\dot{v}_x - v_y \dot{\alpha}) = (F_{xed} + F_{xdd}) \cos \theta - (F_{yed} + F_{ydd}) \sin \theta + (F_{xet} + F_{xdt}) - \frac{1}{2} \rho C_d A_f v_x^2 \quad (3.18)$$

$$M(\dot{v}_y + v_x \dot{\alpha}) = (F_{xed} + F_{xdd}) \sin \theta + (F_{yed} + F_{ydd}) \cos \theta + (F_{yet} + F_{ydt}) \quad (3.19)$$

$$J_z \dot{\alpha} = a((F_{xed} + F_{xdd}) \sin \theta + (F_{yed} + F_{ydd}) \cos \theta) - b(F_{yet} + F_{ydt}) + \frac{W}{2}((F_{xdd} - F_{xed}) \cos \theta + (F_{yed} - F_{ydd}) \sin \theta + (F_{xdt} - F_{xet})) \quad (3.20)$$

$$\alpha_{ed} = \theta - \tan^{-1} \left( \frac{v_y + a \dot{\alpha}}{v_x - \frac{W}{2} \dot{\alpha}} \right) \quad (3.21)$$

$$\alpha_{dd} = \theta - \tan^{-1} \left( \frac{v_y + a \dot{\alpha}}{v_x + \frac{W}{2} \dot{\alpha}} \right) \quad (3.22)$$

$$\alpha_{et} = -\tan^{-1}\left(\frac{v_y - b\dot{\alpha}}{v_x - \frac{W}{2}\dot{\alpha}}\right) \quad (3.23)$$

$$\alpha_{dt} = -\tan^{-1}\left(\frac{v_y - b\dot{\alpha}}{v_x + \frac{W}{2}\dot{\alpha}}\right) \quad (3.24)$$

A força lateral do pneu é gerada em função do seu respetivo ângulo de deslize, enquanto que a força longitudinal é gerada em função do seu respetivo coeficiente de deslize, como se verá *infra*. Para calcular o coeficiente de deslize (dado pelas equações 3.5 e 3.6) é necessário determinar a velocidade no centro de massa de cada roda ( $v_{ij}$ ,  $i$  e  $j$  são a representação genérica dos acrónimos de cada uma das rodas) [60].

$$v_{ed} = \left(v_x - \frac{W}{2}\dot{\alpha}\right) \cos \theta + (v_y + a\dot{\alpha}) \sin \theta \quad (3.25)$$

$$v_{dd} = \left(v_x + \frac{W}{2}\dot{\alpha}\right) \cos \theta + (v_y + a\dot{\alpha}) \sin \theta \quad (3.26)$$

$$v_{et} = v_x - \frac{W}{2}\dot{\alpha} \quad (3.27)$$

$$v_{ed} = v_x + \frac{W}{2}\dot{\alpha} \quad (3.28)$$

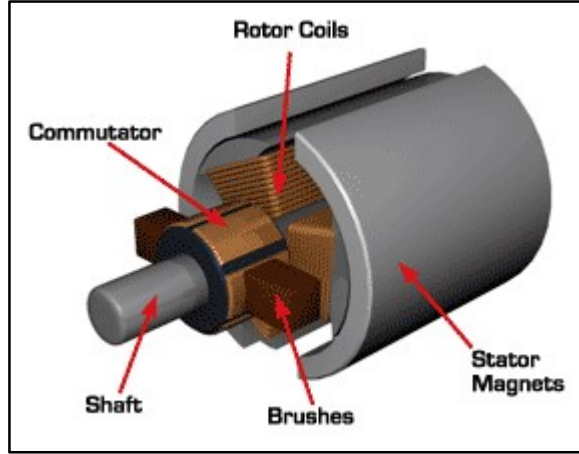
O ângulo de deslize do veículo e as coordenadas da trajetória continuam a ser calculadas pelas equações 3.13, 3.16 e 3.17, respetivamente. A equação 3.18 pode ser simplificada, se não se considerar o termo que expressa a resistência aerodinâmica ao movimento do veículo  $\left(\frac{1}{2}\rho C_d A_f v_x^2\right)$ .

### 3.5 Modelo do motor elétrico

O motor elétrico é o transdutor que transforma a energia elétrica em energia mecânica, fornecendo o binário necessário aos sistemas de controlo eletromecânicos. Estes motores podem ser acionados por corrente alternada (AC) ou contínua (DC). Dentro da categoria dos motores DC, o modo de ligação pode ser independente, série, paralelo ou composto (consultar [42] e [69] para conhecer os detalhes de cada um).

A popularidade do motor elétrico DC deve-se à sua capacidade de produzir potências mecânicas muito elevadas (podem atingir velocidades angulares consideráveis, na ordem das 20 000 rpm) e à sua pequena dimensão física. Estruturalmente, divide-se em duas partes: uma fixa e outra móvel. A parte fixa é constituída por um núcleo de ferro e um enrolamento, designando-se por campo ou indutor. A parte móvel, denominada armadura ou induzido, é montada em torno do veio do motor e possui um núcleo de ferro laminado, vários enrolamentos e um coletor de lâminas. Existe também a versão *brushless*, isto é, sem coletor nem escovas, que são substituídos por um circuito eletrónico que produz a comutação de sentido da corrente no induzido. Neste caso, a parte móvel é realizada por um conjunto de ímanes permanentes e os enrolamentos estão na parte fixa.

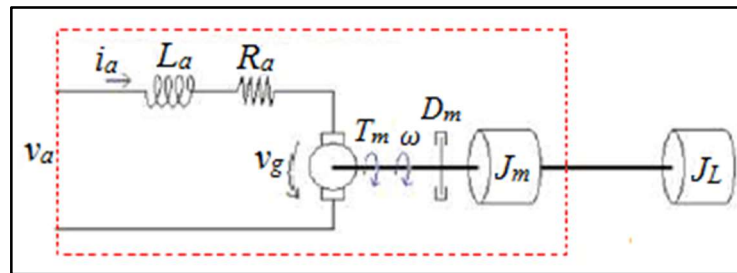




**Figura 3.4** - Motor elétrico DC com escovas [70]

Segundo [69], apenas os motores possuindo enrolamentos (do indutor e do induzido) alimentados independentemente podem funcionar de modo linear. O motor DC de excitação independente pode ser controlado pelo indutor ou pelo induzido. Se for controlado pelo indutor, considera-se a corrente do induzido constante e a do indutor variável. Esta forma de controlo oferece benefícios: implica uma energia de controlo mais baixa (normalmente a impedância do enrolamento indutor é mais elevada) e em termos de função de transferência o motor torna-se num amplificador rotativo. Contudo há uma desvantagem que desaconselha o controlo por indutor, que é o facto de ser necessária a utilização de uma fonte de corrente, normalmente dispendiosa, para manter a corrente de induzido constante. Por outro lado, no controlo por induzido, a corrente do indutor é considerada constante e a variável de entrada é a tensão do induzido. Tem, enquanto contrapartida, a necessidade de maior energia de controlo (devido à baixa impedância do enrolamento do induzido). Porém, pode-se utilizar um íman permanente como indutor, se os fluxos necessários não forem muito elevados, o que torna o motor mais barato e confere-lhe grande popularidade.

Tendo em conta a análise anterior, utiliza-se, neste estudo, o modelo do motor elétrico DC controlado por induzido, cujo representação e equações da dinâmica se apresentam de seguida, consoante a nomenclatura da Tabela 3.1.



**Figura 3.5** - Esquema do motor elétrico DC controlado por induzido

$$v_a = L_a \dot{i}_a + R_a i_a + v_g \quad (3.29)$$

$$J \dot{\omega} = T_m - D_m \omega \quad (3.30)$$

$$v_g = K_g \omega \quad (3.31)$$

$$T_m = K_m i_a \quad (3.32)$$

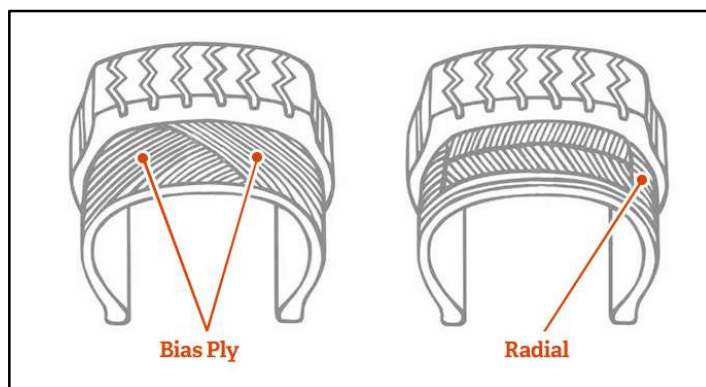
Na equação 3.30, o momento de inércia total do eixo é  $J = J_m + J_L$ , sendo  $J_L$  o momento de inércia da carga, que no sistema em consideração será o momento de inércia da roda ( $J_w$ ). Como já referido, este tipo de motor tem a vantagem de ter um comportamento linear: apresenta uma velocidade angular proporcional à tensão aplicada e gera um torque proporcional à corrente que percorre o induzido.

### 3.6 Modelo da interação entre o pneu e a superfície

O movimento de um veículo é determinado pelas forças que resultam do contacto entre os pneus e a superfície onde estes assentam, o que implica que o modelo utilizado para descrever a interação entre estas duas entidades seja um elemento crítico de qualquer modelo representativo da dinâmica de um veículo.

Em [65] é referido que o pneu é, indiscutivelmente, um dos componentes mais complicados que se utiliza hoje em dia. A sua resposta depende de muitas variáveis: composição química, pressão interna, temperatura, forma do rasto, entre outras.

A carcaça de um pneu é constituída por um conjunto de camadas de cordões de elevada elasticidade, embutido numa camada de borracha de baixa elasticidade [71]. A geometria da disposição dos cordões determina o comportamento do pneu e pode ser de dois tipos principais: enviesada (*bias ply*) ou radial (*radial ply*) (Figura 3.6). O uso da geometria radial tornou-se dominante, dado que proporciona uma condução mais suave, dissipa menos energia que a outra geometria e tem uma duração de usabilidade superior (potencialmente o dobro).



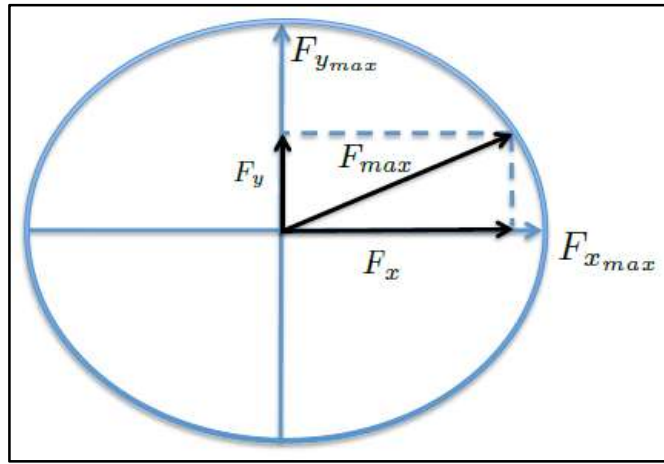
**Figura 3.6** - Dois principais tipos de geometria de pneu [72]

Apesar de tal ser negligenciado nos modelos utilizados nesta investigação, o pneu deforma-se devido à força vertical imposta pela massa do veículo, ficando uma certa área da parte inferior em contacto com a superfície. Assume-se que as forças longitudinal e lateral são geradas no centro desta área de contacto. Se se considerar a deformação do pneu, é necessário substituir, na equação 3.2, o raio da roda ( $r$ ) pelo raio eficaz (cuja forma de cálculo pode ser encontrada em [71]).

O modelo de pneu linear (equações 3.11 e 3.12) só é válido para ângulos de deslize pequenos. Contudo, existem vários modelos matemáticos capazes de descrever a geração de forças de um pneu para ângulos de deslize elevados e para a situação de produção simultânea das forças longitudinal e lateral. Estes modelos diferem entre si pela complexidade e pela fidelidade com que reproduzem os resultados experimentais. Como em qualquer modelo, quanto mais complexo, mais a previsão do comportamento do pneu se aproxima da realidade.

Os modelos podem dividir-se em dois tipos: teóricos e empíricos. Os teóricos baseiam-se na análise do balanço de forças dos componentes físicos constituintes dos pneus. Os empíricos reproduzem, de forma direta, os resultados experimentais. O teste do tambor [66] é dos mais conhecidos no que concerne à obtenção destes resultados, onde um pneu é testado em diferentes condições de velocidade, direção e força vertical, obtendo-se as relações entre o ângulo de deslize, o coeficiente de deslize e as forças geradas.

Nesta dissertação de mestrado pretende-se estudar a dinâmica planar de um veículo, pelo que é necessário um modelo de pneu que reflita a geração simultânea das forças longitudinal e lateral (seguidamente apresentam-se dois com estas características, um empírico e outro teórico). Quando um veículo se desloca em linha reta, a capacidade de o pneu gerar força longitudinal é máxima. De outro modo, quando o veículo se encontra em curva, o pneu tem de gerar ambos os tipos de força, pelo que o valor de ambas não pode ser máximo, facto ilustrado pela elipse de forças:



**Figura 3.7** - Elipse da geração de forças de um pneu [73]

### 3.6.1 Fórmula mágica de Pacejka

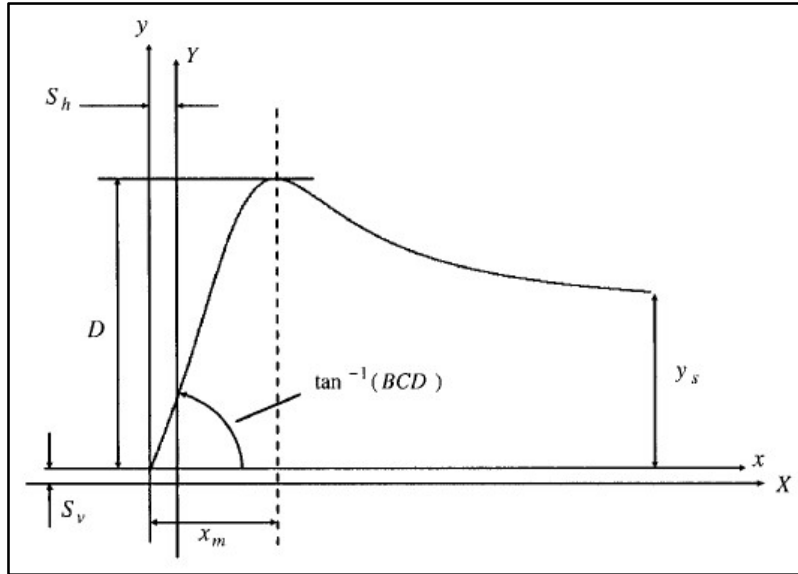
A fórmula mágica de Pacejka é um modelo empírico, não linear, que permite determinar o comportamento de um pneu em contacto com uma determinada superfície, para uma larga gama de operação (valores elevados de coeficiente de deslize e de ângulo de deslize) e em situação de geração de forças de forma combinada [71]. A sua formulação matemática, na forma generalizada, é a seguinte:

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (3.33)$$

$$y(x) = D \sin(C \tan^{-1}(Bx - E[Bx - \tan^{-1}(Bx)])) \quad (3.34)$$

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (3.35)$$

Onde  $B$  representa o fator de rigidez,  $C$  o fator de forma,  $D$  o valor de pico e  $E$  o fator de curvatura.  $S_v$  e  $S_h$  representam os deslocamentos vertical e horizontal da função, respetivamente, e podem não ser considerados. Quando considerados, os deslocamentos  $S_v$  e  $S_h$  destinam-se a obter uma melhor correlação entre o modelo e os resultados experimentais. Lembra-se que  $\sigma$  e  $\alpha$  dizem respeito ao coeficiente de deslize e ao ângulo de deslize e  $\mu_x$  e  $\mu_y$  correspondem aos coeficientes de atrito longitudinal e lateral, respetivamente.



**Figura 3.8** - Gráfico obtido pela fórmula mágica de Pacejka [71]

Pode-se utilizar um método de regressão não linear para fazer corresponder os dados experimentais às seguintes formas de seno e cosseno da fórmula mágica [66].

$$\mu_x(\sigma) = D \sin(C \tan^{-1}(B\sigma - E[B\sigma - \tan^{-1}(B\sigma)])) \quad (3.36)$$

$$\mu_y(\alpha) = D \sin(C \tan^{-1}(B\alpha - E[B\alpha - \tan^{-1}(B\alpha)])) \quad (3.37)$$

$$\mu_x(\alpha) = D \cos(C \tan^{-1}(B\alpha)) \quad (3.38)$$

$$\mu_y(\sigma) = D \cos(C \tan^{-1}(B\sigma)) \quad (3.39)$$

Nesta investigação, para a relação expressa pela equação 3.36 utilizaram-se os parâmetros apresentados na tabela seguinte. Neste caso,  $D$  é equivalente ao coeficiente de atrito máximo da superfície.

Superfície	$B$	$C$	$D$	$E$
Asfalto seco	10.00	1.90	1.00	0.97
Asfalto molhado	12.00	2.30	0.82	1.00
Neve	5.00	2.00	0.30	1.00
Gelo	4.00	2.00	0.10	1.00

**Tabela 3.2** - Parâmetros da fórmula mágica para a relação  $\mu_x(\sigma)$  [74]

Os parâmetros das restantes relações foram obtidos a partir dos dados apresentados em [66], através de um procedimento exposto no Anexo A.

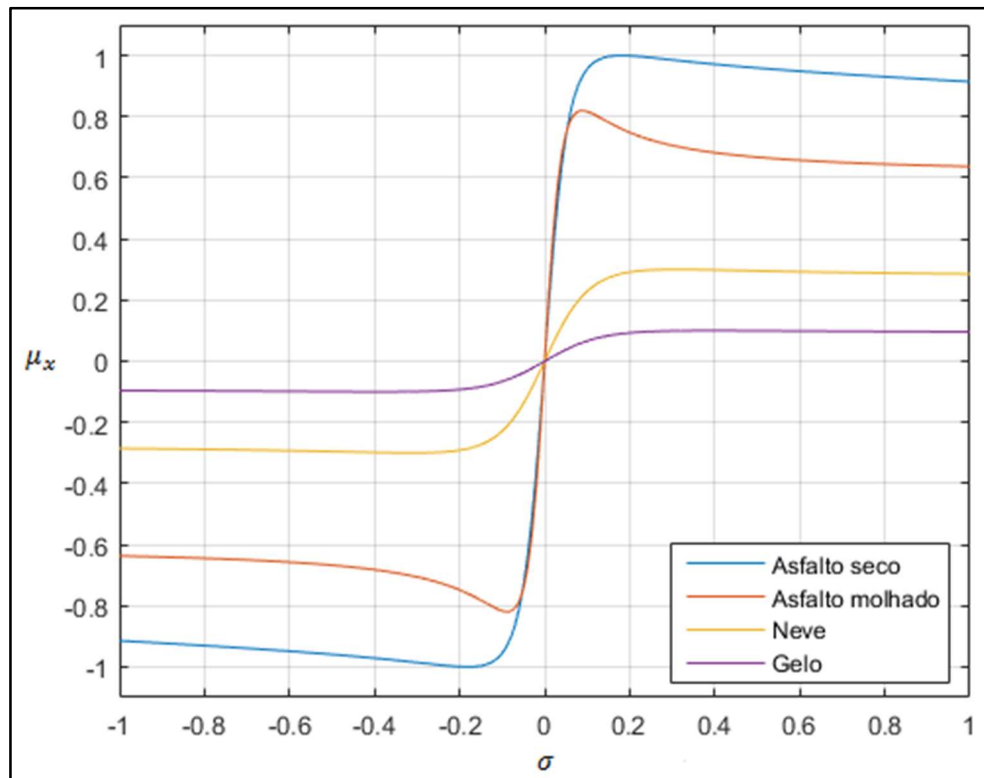
Superfície	$B$	$C$	$D$	$E$
Asfalto seco	9.93	0.86	1.43	1.03
Asfalto molhado	9.92	0.74	1.33	1.03
Neve	10.00	0.37	0.93	1.03
Gelo	10.00	0.14	0.82	1.03

**Tabela 3.3** - Parâmetros da fórmula mágica para a relação  $\mu_y(\alpha)$

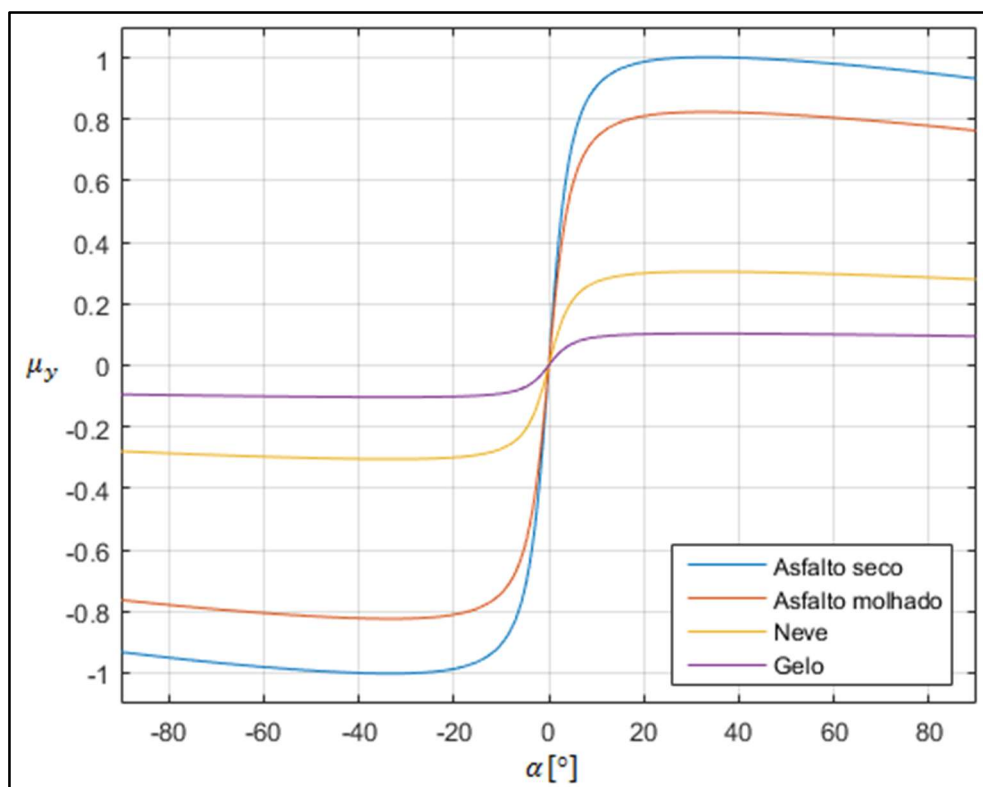
Relação	$B$	$C$	$D$
$\mu_x(\alpha)$	2.56	1.19	1.00
$\mu_y(\sigma)$	7.19	0.88	1.00

**Tabela 3.4** - Parâmetros da fórmula mágica para as relações  $\mu_x(\alpha)$  e  $\mu_y(\sigma)$

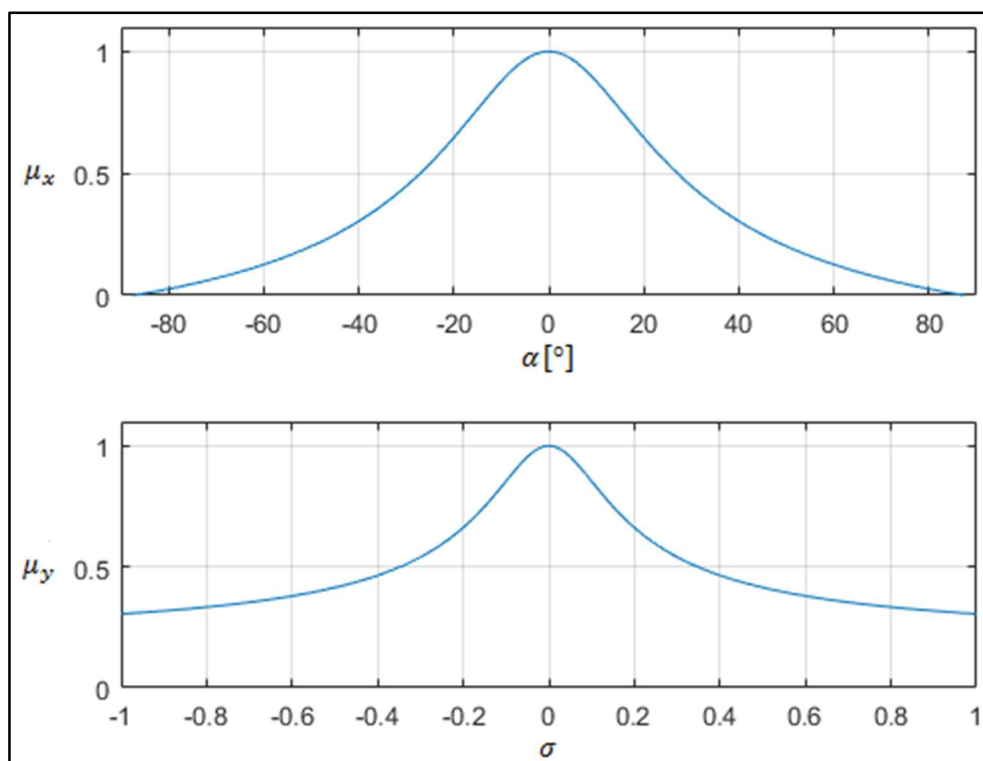
As equações 3.38 e 3.39 expressam o efeito da elipse de forças, ou seja, a diminuição da força gerada numa direção na presença simultânea da força gerada na outra direção. Por motivos de simplicidade, consideram-se as mesmas relações de forças combinadas para todas as superfícies. Graficamente, as relações apresentam-se desta forma:



**Figura 3.9** - Representação gráfica da relação  $\mu_x(\sigma)$  (fórmula mágica de Pacejka)

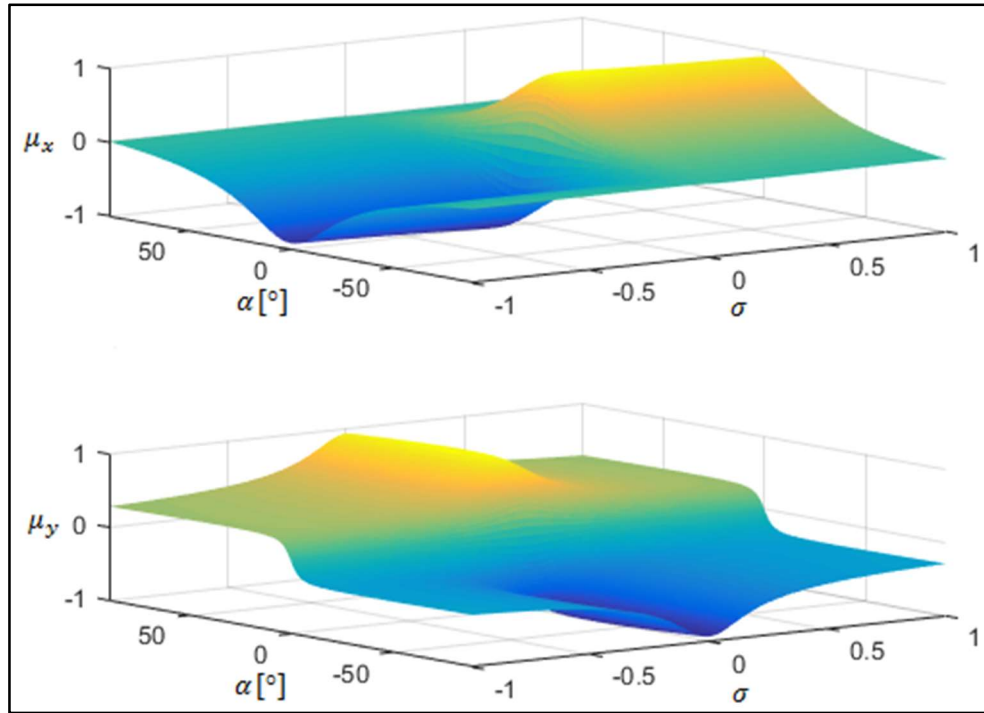


**Figura 3.10** - Representação gráfica da relação  $\mu_y(\alpha)$  (fórmula mágica de Pacejka)



**Figura 3.11** - Representação gráfica das relações  $\mu_x(\alpha)$  (em cima) e  $\mu_y(\sigma)$  (em baixo), (fórmula mágica de Pacejka)

Multiplicando as equações, a 3.36 com a 3.38 e a 3.37 com a 3.39, obtém-se o modelo de geração de forças de forma combinada.



**Figura 3.12** - Representação gráfica das relações  $\mu_x(\alpha, \sigma)$  (em cima) e  $\mu_y(\alpha, \sigma)$  (em baixo), (fórmula mágica de Pacejka)

A Figura 3.12 apresenta a representação gráfica apenas para a superfície de asfalto seco. Para as restantes superfícies a forma dos gráficos é semelhante, mas com menor amplitude. Apesar de nos cálculos dos modelos os ângulos serem manipulados em radianos (rad), nos gráficos apresentam-se em graus ( $^{\circ}$ ), para a sua interpretação ser mais intuitiva.

### 3.6.2 Modelo de pneu de Dugoff

O modelo de pneu de Dugoff tem a vantagem de ser derivado analiticamente a partir do balanço de forças. Contempla uma simplificação, uma vez que assume uma distribuição de pressão vertical uniforme na área de contacto. A vantagem principal deste modelo teórico é poder atribuir-se valores diferentes aos coeficientes de rigidez lateral e longitudinal. Estes coeficientes também são obtidos pelo teste do tambor [64], mas não são necessários tantos ensaios como no caso de obter resultados para modelar o comportamento do pneu através da fórmula mágica. Eis a sua formulação matemática, incluindo a interpretação da elipse de forças [71] (o acrónimo *ul* identifica as variáveis do modelo antes da referida interpretação), tendo em conta a nomenclatura da Tabela 3.1:

$$F_{x\_ul} = C_{\sigma} \frac{\sigma}{1 + \sigma} \quad (3.40)$$

$$F_{y\_ul} = C_{\alpha} \frac{\tan \alpha}{1 + \sigma} \quad (3.41)$$

$$\mu_{ul} = \frac{\sqrt{F_{x\_ul}^2 + F_{y\_ul}^2}}{F_z} \quad (3.42)$$

$$\lambda = \frac{\mu F_z (1 + \sigma)}{2\sqrt{(C_\sigma \sigma)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \quad (3.43)$$

Se  $\lambda \geq 1$ :

$$F_x = F_{x\_ul} \quad (3.44)$$

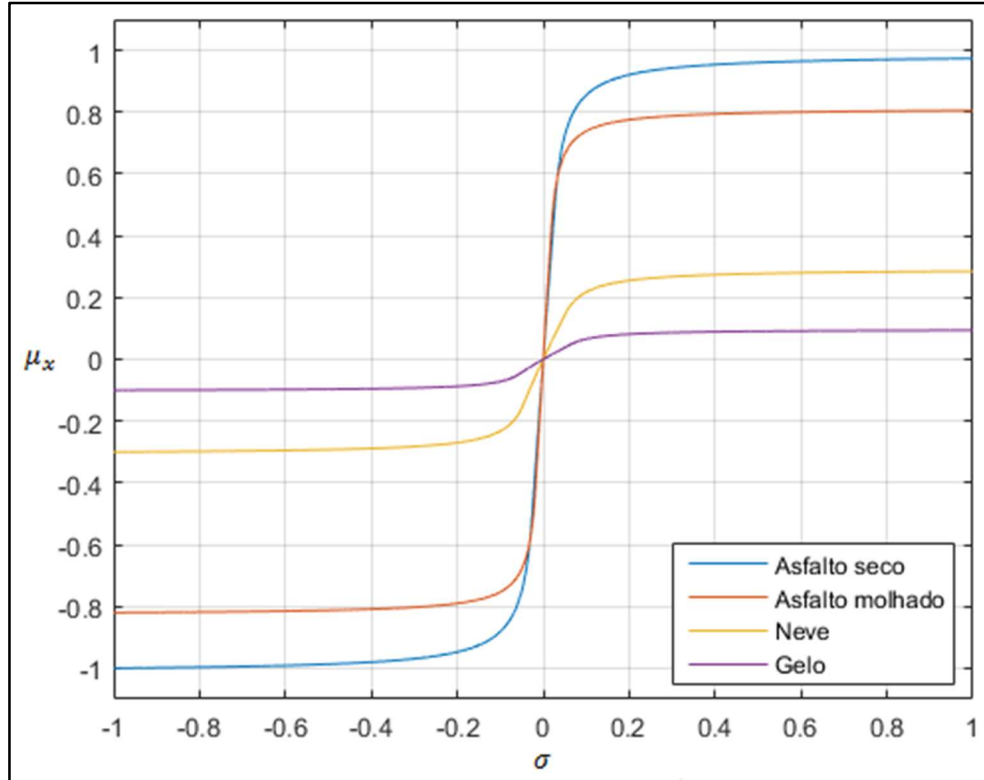
$$F_y = F_{y\_ul} \quad (3.45)$$

Se  $\lambda < 1$ :

$$F_x = \mu F_z \frac{C_\sigma \sigma}{\sqrt{(C_\sigma \sigma)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left(1 - \frac{\mu}{4\mu_{ul}}\right) \quad (3.46)$$

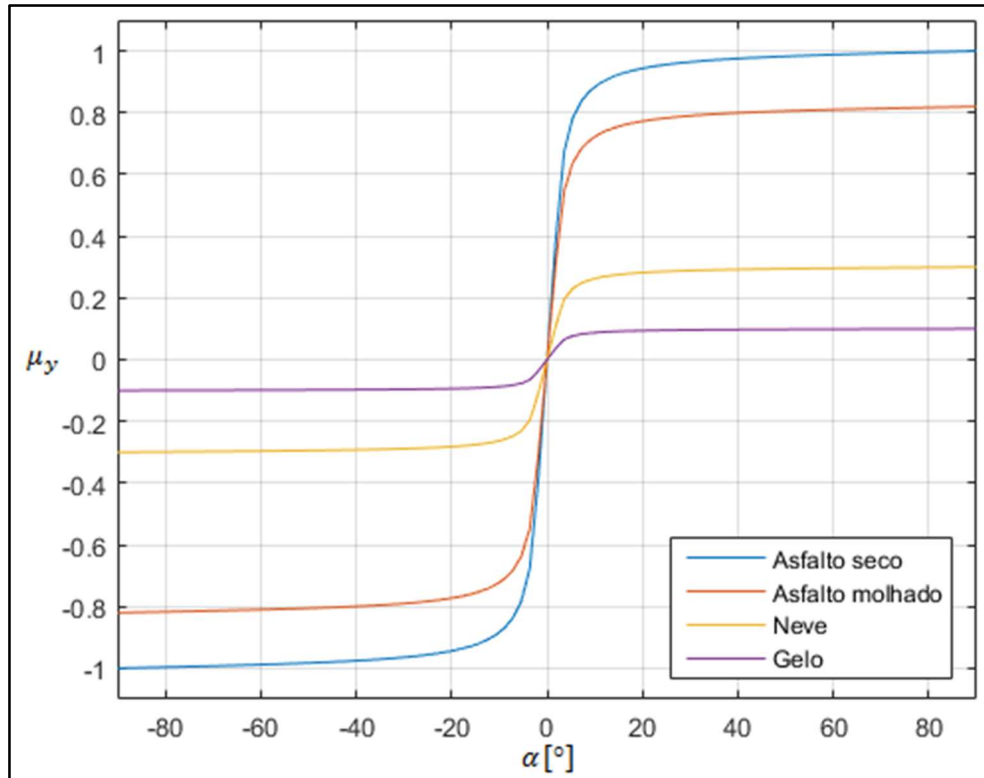
$$F_y = \mu F_z \frac{C_\alpha \tan \alpha}{\sqrt{(C_\sigma \sigma)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left(1 - \frac{\mu}{4\mu_{ul}}\right) \quad (3.47)$$

O modelo de Dugoff produz resultados semelhantes à fórmula mágica de Pacejka, embora não exatamente iguais, como se constata nas Figuras 3.15 e 3.16, o que se reflete no comportamento do veículo. Nos gráficos seguidamente apresentados, o valor do coeficiente de atrito ( $\mu$ ) para cada superfície corresponde ao coeficiente  $D$  da Tabela 3.2. Os coeficientes de rigidez são equivalentes ao produto  $BCD$  (coeficientes da fórmula mágica de Pacejka), isto é,  $C_{\sigma,\alpha} = BCD$ . Para obter  $C_\sigma$  e  $C_\alpha$  utilizam-se os parâmetros das Tabelas 3.2 e 3.3, respetivamente.

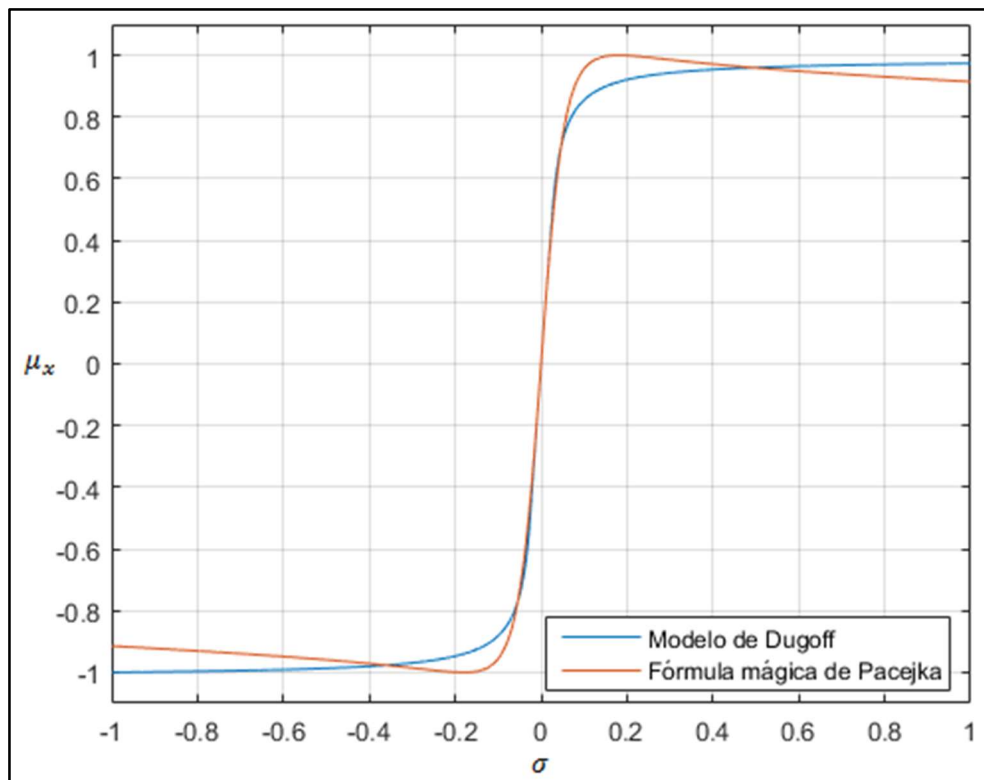


**Figura 3.13** - Representação gráfica da relação  $\mu_x(\alpha)$  (modelo de Dugoff)

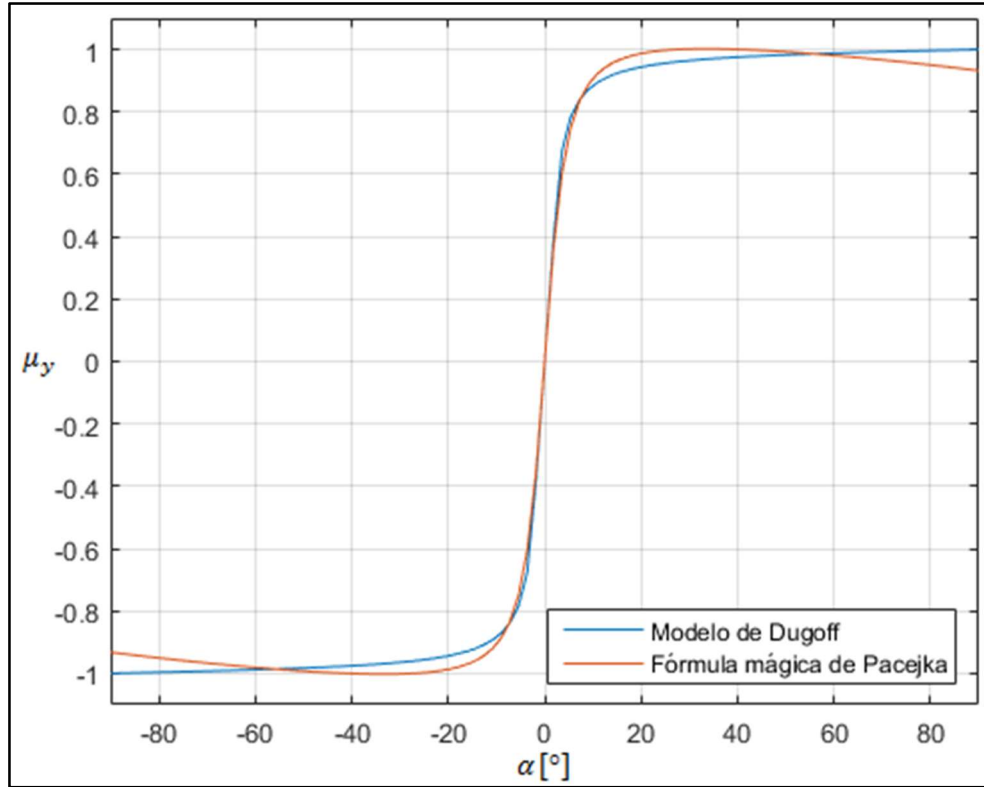




**Figura 3.14** - Representação gráfica da relação  $\mu_y(\alpha)$  (modelo de Dugoff)



**Figura 3.15** - Comparação entre os dois modelos para a relação  $\mu_x(\sigma)$ ,  $\mu = 1$



**Figura 3.16** - Comparação entre os dois modelos para a relação  $\mu_y(\alpha)$ ,  $\mu = 1$

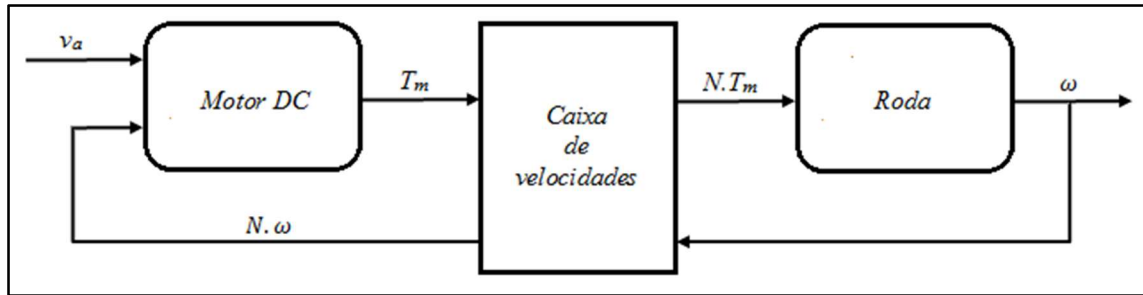
### 3.7 Modelo do veículo elétrico em estudo

Depois de estabelecidos os modelos matemáticos da dinâmica planar, do motor elétrico e da interação entre o pneu e a superfície, é agora possível, interligando estes subsistemas, criar o modelo de um veículo com as quatro rodas controladas por quatro motores elétricos independentes. O modelo de veículo poderia ainda incluir os modelos da bateria que alimenta os motores e do sistema de direção. Todavia, neste estudo, considera-se que é fornecida toda a energia a cada motor que este necessite e que a direção é perfeita (o ângulo de direção é diretamente aplicado nas rodas da frente, sem atrasos causados pela resposta dos componentes mecânicos).

O motor elétrico, embutido na roda ou não, normalmente necessita de ser ligado à roda por meio de uma engrenagem fixa (equivalente a caixa de velocidades). Tal justifica-se pela elevada velocidade angular que o motor elétrico pode atingir, que deve ser reduzida para ser compatível com a velocidade de operação de um determinado veículo, e pela necessidade de aumentar o torque disponível no momento do arranque. Sendo  $N$  a razão da caixa de velocidades,  $e$  o acrónimo para entrada e  $s$  o acrónimo para saída, apresentam-se as relações entre as velocidades angulares e os binários à entrada e à saída de uma caixa de velocidades ideal (sem perdas mecânicas) [75]:

$$\omega_s = \frac{\omega_e}{N} \quad (3.48)$$

$$T_s = NT_e \quad (3.49)$$

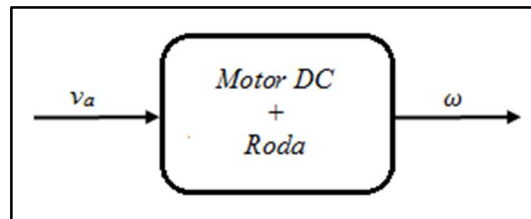


**Figura 3.17** - Modelo da interligação entre o motor DC e a roda com caixa de velocidades

A inclusão da caixa de velocidades e ligar o subsistema da Figura 3.17 ao corpo do veículo leva a que se tenha de considerar, na equação 3.2 da dinâmica longitudinal, o momento de inércia total do eixo ( $J$ ) e não apenas o momento de inércia da roda ( $J_w$ ). O momento de inércia total do eixo calcula-se pela soma de três parcelas: a primeira representa o momento de inércia do motor refletido no eixo, a segunda é o momento de inércia da própria roda e a terceira revela o momento de inércia equivalente do peso do veículo refletido no eixo [56, 76].

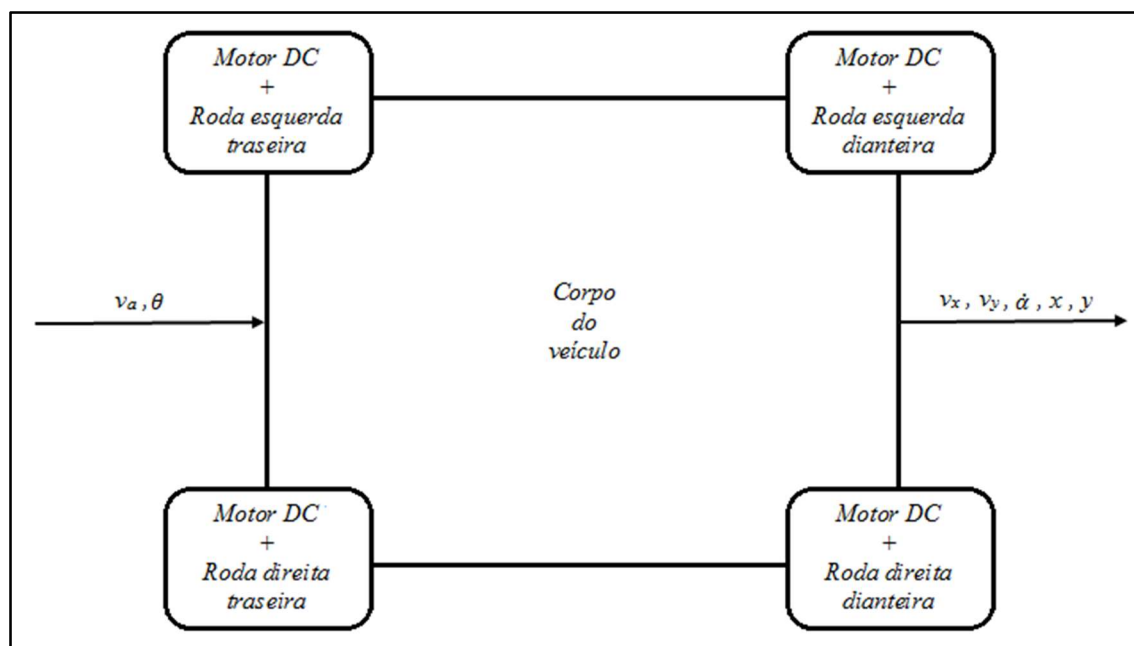
$$J = J_m N^2 + J_w + \frac{M}{4} r^2 (1 - |\sigma|) \quad (3.50)$$

Do ponto de vista de controlo, a caixa de velocidades é intrínseca ao modelo. Desta forma, o conjunto formado pelo motor DC, pela caixa de velocidades e pela roda, pode ser visto como um subsistema com uma entrada e uma saída.



**Figura 3.18** - Simplificação gráfica do subsistema constituído por motor DC, caixa de velocidades e roda

A representação do modelo do veículo sob a forma de esquema é bastante simples: quatro módulos, iguais ao representado na Figura 3.18, ligados ao corpo do veículo.



**Figura 3.19** - Esquema do veículo elétrico com quatro motores DC controlados de forma independente

Sem algoritmos de controlo, o sinal de aceleração determinado pelo condutor (e traduzido numa tensão a aplicar ao motor) será imposto de igual forma aos quatro motores. O ângulo de direção é imposto às duas rodas dianteiras independentemente da inclusão de algoritmos de controlo. Apesar de este modelo ser representado esquematicamente de forma simples, a dinâmica dos constituintes do modelo de veículo é matematicamente complexa, assim como a sua interligação. Para esclarecer eventuais dúvidas sobre a implementação do modelo em Simulink®, pode ser consultado o Anexo B deste documento, onde a referida implementação é exposta de forma detalhada.

### 3.8 Semelhança dinâmica

A semelhança dinâmica entre dois sistemas é assegurada pelo teorema de Buckingham-Pi [6]. Este teorema permite determinar o número mínimo de parâmetros (parâmetros  $\Pi$ ), agrupados em razões não dimensionais, necessário para abranger a gama de operação do sistema. Dois sistemas são dinamicamente semelhantes se a escolha dos mesmos parâmetros adimensionais resultarem nas mesmas equações diferenciais adimensionais. Os parâmetros  $\Pi$  são determinados a partir das quantidades fundamentais de um sistema, isto é, o número mínimo de parâmetros dimensionais necessários para descrever todos os parâmetros adimensionais.

Se os parâmetros  $\Pi$  de dois sistemas forem exatamente iguais, as equações características e a localização dos polos normalizados serão iguais. O recíproco não é verdade, uma vez que várias combinações de parâmetros  $\Pi$  podem resultar na mesma equação característica [62].

Na prática, é difícil construir um veículo de pequena escala com parâmetros  $\Pi$  todos iguais aos de um veículo real, uma vez que a correspondência de um dos parâmetros pode causar a não correspondência de outro. Todavia, é possível obter semelhança dinâmica, ainda que aproximada, ao construir um modelo à escala de um veículo real, seguindo o procedimento relatado em [62]:

- Construir um veículo a uma determinada escala;
- Escolher uma velocidade de operação do veículo real para fazer a correspondência;

- Adicionar massa ao veículo, mantendo a correspondência dimensional entre os parâmetros  $\Pi$  relacionados com o comprimento do veículo;
- Medir o momento de inércia do veículo ( $J_z$ ) e calcular os parâmetros  $\Pi$  relacionados. Adicionar massa de forma simétrica à volta do centro de massa até atingir o valor de  $J_z$  desejado;
- Determinar o coeficiente de rigidez lateral dos pneus à escala;
- Determinar a velocidade de operação do veículo de escala reduzida de forma a igualar os parâmetros  $\Pi$  relacionados;
- Assegurar que a essa velocidade os restantes parâmetros  $\Pi$  são correspondentes. Se não se conseguir este objetivo, pode-se escolher diferentes pneus de escala reduzida ou adicionar massa ao veículo e repetir os passos anteriores.

Apresentam-se, de imediato, os parâmetros  $\Pi$ , não únicos, que podem ser usados para descrever a dinâmica de um veículo (na zona de operação linear do pneu):

Parâmetro	Relação
$\Pi_1$	$\frac{a}{L}$
$\Pi_2$	$\frac{b}{L}$
$\Pi_3$	$\frac{r}{L}$
$\Pi_4$	$\frac{C_\sigma F_z L}{M v_x^2}$
$\Pi_5$	$\frac{C_\alpha F_z L}{M v_x^2}$
$\Pi_6$	$\frac{J_z}{M v_x^2}$

**Tabela 3.5** - Parâmetros  $\Pi$  de um veículo

### 3.9 Parâmetros do modelo

Esta investigação não contempla, para já, a modelação de um veículo real em concreto para posterior implementação de sistemas de segurança. Por esta razão, optou-se por adotar os parâmetros apresentados em [2], do modelo Nissan Micra K11 (um veículo ligeiro de passageiros de dimensões relativamente pequenas). Assume-se que: o centro de massa está localizado a igual distância dos eixos dianteiro e traseiro, o momento de inércia da roda é desprezável relativamente ao momento de inércia do motor embutido e a relação entre o momento de inércia rotacional do veículo está relacionada com a sua massa pela expressão  $J_z = 1.8M$  (relação semelhante à do veículo real apresentado em [64]). Os valores do coeficiente aerodinâmico ( $C_d$ ) e da área frontal ( $A_f$ ) deste veículo obtiveram-se a partir da referência [77].

Apresentam-se ainda os parâmetros de um modelo de escala reduzida (1:10) [78]. Neste caso, também se assume que o centro de massa está equitativamente distante de cada um dos eixos. O motor não é embutido na roda, pelo que se considera o momento de inércia da mesma, que é dado por [79]:

$$J_w = \frac{1}{2} m_w r^2 \quad (3.51)$$

Experimentalmente, mediu-se a massa de uma roda ( $m_w$ ) de escala reduzida [80], que poderia ser utilizada no veículo de pequena escala. O valor medido foi  $m_w = 0.046$  kg, que resulta no momento de inércia apresentado na Tabela 3.6. Dada a sua pequena escala e o baixo centro de massa, o coeficiente aerodinâmico e a área frontal deste veículo são desprezáveis. O momento de inércia deste veículo é aproximado pela presente equação [62]:

$$J_z = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2) \quad (3.52)$$

Os parâmetros dos dois veículos, real e de pequena escala, são apresentados *infra*, sob a forma de tabela.

Parâmetro	Veículo real	Veículo à escala 1:10	Unidade
$a$	1.1800	0.1295	m
$b$	1.1800	0.1295	m
$L$	2.3600	0.2590	m
$W$	1.3650	0.1210	m
$r$	0.2800	0.0320	M
$J_w$	0	$25 \times 10^{-5}$	kg·m <sup>2</sup>
$M$	1400	1	Kg
$J_z$	2520	0.0028	kg·m <sup>2</sup>
$N$	5	5	Adimensional
$A_f$	1.82	0	m <sup>2</sup>
$C_d$	0.35	0	Adimensional
$g$	9.8065		m/s <sup>2</sup>
$\rho$	1.2250		kg/m <sup>3</sup>

**Tabela 3.6** - Parâmetros utilizados para modelar os veículos

Para mover cada um dos veículos são precisos motores de dimensões e características adequadas. No modelo do veículo real, incluem-se os parâmetros do motor XR32-13 do fabricante Printed Motor Works [3], enquanto que no modelo do veículo de pequena escala, utilizam-se os parâmetros de um motor DC, de escala igualmente reduzida, do fabricante Pittman (referência DC030B-3) [81].

Parâmetro	XR32-13	DC030B-3	Unidade
$R_a$	0.16	1.17	$\Omega$
$L_a$	$11 \times 10^{-3}$	$0.58 \times 10^{-3}$	H
$J_m$	0.4258	$1.62 \times 10^{-6}$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
$D_m$	0	$1.34 \times 10^{-6}$	$\text{N}\cdot\text{m}/(\text{rad}/\text{s})$
$K_m$	1.05	0.011	$\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$
$K_g$	1.05	0.011	$\text{V}/(\text{rad}/\text{s})$
$V_{a_{\max}}$	650	12	V
$P_{\max}$	$37.6 \times 10^3$	123.6	W

**Tabela 3.7** - Parâmetros dos motores elétricos DC

O valor do momento da inércia do motor XR32-13 é calculado pela equação 3.51, tendo em conta que a sua massa é 32.35 kg e o seu raio é 0.16225 m [3]. O valor do seu coeficiente de atrito dinâmico não é apresentado, pelo que se considera nulo.

## 4 Arquitetura de controlo

A condução de um veículo por um operador humano constitui, por si só, um sistema de controlo realimentado [69]. As decisões do condutor têm como objetivo fazer o veículo descrever o percurso desejado (sinal de referência). A sua visão é a unidade de realimentação ou medida e o seu cérebro funciona como controlador, corrigindo a trajetória do veículo em função da diferença entre a trajetória descrita e a desejada (sinal de erro). A partir desta diferença, o algoritmo de controlo (armazenado no cérebro do condutor durante a fase de aprendizagem) determina o sinal de controlo, isto é, o movimento dos braços para controlar o volante e manter o veículo na trajetória pretendida. Além da trajetória, o condutor também controla a velocidade do veículo através dos pedais do travão e do acelerador.

Os algoritmos que implementam os sistemas de segurança são inseridos na mesma malha de controlo onde atua o condutor, conseguindo melhorar a manobrabilidade e a segurança do veículo. Estes algoritmos podem controlar os atuadores de uma forma que o condutor não consegue, uma vez que o condutor apenas controla a direção das rodas da frente e a aceleração ou travagem do veículo, enquanto que os algoritmos podem controlar os motores de forma independente, de modo a atingir um determinado objetivo de controlo. Além de melhorar a manobrabilidade e a estabilidade do veículo, os sistemas de segurança devem tentar fazê-lo sem contrariar a vontade do condutor, cujo comportamento é muito imprevisível.

O desempenho de um automóvel pode ser avaliado tendo em vista um determinado aspeto [69]: velocidade, aceleração, manobrabilidade, estabilidade, fiabilidade, conforto, segurança ativa, segurança passiva, inovação tecnológica, economia de consumo, facilidade de manutenção, entre outros. Os sistemas de segurança EDS, ABS e TCS têm como objetivo melhorar a manobrabilidade do veículo. O ESC é responsável por manter ou melhorar a estabilidade do mesmo, concluindo-se, facilmente, serem estes os critérios de desempenho em foco nesta dissertação.

Neste capítulo, segue-se a apresentação do controlador de velocidade da roda, do sistema diferencial eletrónico (EDS), do sistema de controlo de tração (ABS e TCS) e o do sistema eletrónico de controlo de estabilidade (ESC). Por fim, expõe-se a integração destes sistemas numa arquitetura única, de forma a coexistirem e a cooperarem para melhorar os critérios de desempenho.

No desenvolvimento dos controladores, admite-se que as velocidades longitudinal ( $v_x$ ), lateral ( $v_y$ ) e angular ( $\dot{\alpha}$ ) do veículo, as velocidades angulares das rodas ( $\omega$ ) e as correntes dos motores elétricos ( $i_a$ ) são mensuráveis em tempo real. O código Matlab<sup>®</sup>, que implementa e simula os algoritmos de controlo desenvolvidos, pode ser consultado no Anexo C.



## 4.1 Controlador de velocidade

Os algoritmos dos sistemas de segurança desenvolvidos dependem do controlo rápido e preciso da velocidade de cada roda, pelo que o controlador de velocidade é essencial para o sucesso dos mesmos.

Utilizando uma caixa de velocidades de razão  $N$ , a velocidade angular da roda será  $N$  vezes inferior à do motor. Contudo, a relação entre estas duas velocidades angulares é linear e proporcional, logo é possível impor uma determinada velocidade angular à roda, controlando a tensão aplicada ao motor elétrico. Sabe-se também, pela equação 3.31, que a velocidade angular do motor é proporcional à tensão que lhe é aplicada, em regime estacionário. De seguida, apresentam-se três alternativas para implementar este controlador.

Inicialmente é necessário definir o objetivo de controlo, ou seja, a velocidade angular que corresponde ao comando do condutor fornecido através do pedal do acelerador. O sinal proveniente do acelerador ( $v_a$ ) será em tensão e variará entre zero e a tensão máxima de operação do motor ( $v_{a_{max}}$ ). A velocidade longitudinal da roda ( $v_{wx}$ ), em linha reta, relaciona-se com a sua velocidade angular ( $\omega$ ) e com o seu raio ( $r$ ) da seguinte forma:

$$v_{wx} = \omega r \quad (4.1)$$

Aplicar a tensão máxima de operação aos motores elétricos, em linha reta, corresponde à situação em que o veículo se desloca com velocidade máxima ( $v_{x_{max}}$ ). Obtendo o valor de  $v_{x_{max}}$  por simulação, nas condições descritas, em Matlab/Simulink®, pode-se definir a relação ( $K_v$ ) entre o sinal do acelerador e a velocidade angular de referência ( $\omega_{ref}$ ):

$$K_v = \frac{v_{x_{max}}}{v_{a_{max}} r} \quad (4.2)$$

$$\omega_{ref} = K_v v_a \quad (4.3)$$

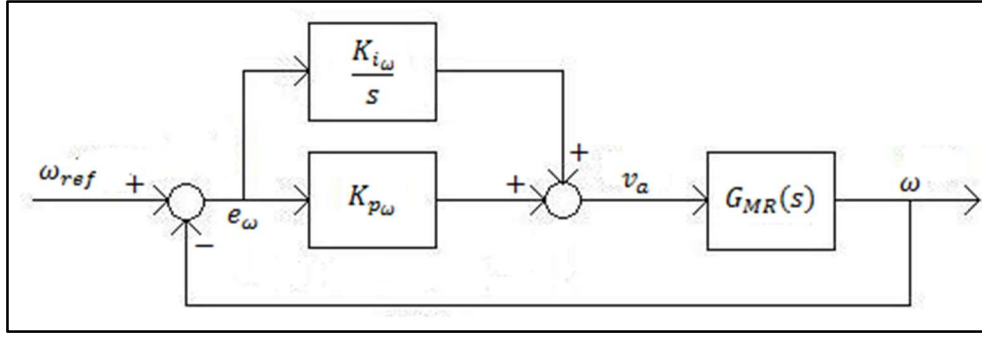
Dada a possibilidade de travagem do motor elétrico, uma desaceleração é assumida como uma travagem, dado que corresponde à definição de um valor de velocidade de referência menor do que o atual, pelo que não é necessário modelar o sinal proveniente do pedal do travão de forma diferente.

### 4.1.1 PI (tensão)

Uma das hipóteses é implementar um controlador de velocidade PI (proporcional e integrador), que garante um erro nulo em regime estacionário e que, com os valores dos ganhos ( $K_{p_\omega}$  e  $K_{i_\omega}$ ) bem ajustados, garante um tempo de estabelecimento reduzido.

Assume-se que a velocidade angular da roda pode ser medida e toma-se a tensão aplicada ao motor como sinal de controlo.  $G_{MR}(s)$  é a função de transferência do conjunto constituído pelo motor elétrico e pela roda. Uma vez que a dinâmica da parte elétrica do motor é mais rápida, pode-se considerar apenas a dinâmica dos componentes mecânicos do eixo (nas fórmulas seguintes tem-se em atenção o modelo da Figura 3.5 e utiliza-se a nomenclatura da Tabela 3.1):

$$G_{MR}(s) = \frac{1}{Js + D_m} \quad (4.4)$$



**Figura 4.1** – Controlador de velocidade PI (tensão)

Considera-se a função de transferência deste sistema de controlo em malha fechada:

$$G_{mf}(s) = \frac{K_{p\omega}s + K_{i\omega}}{Js^2 + (K_{p\omega} + D_m)s + K_{i\omega}} \quad (4.5)$$

Que pode ser reescrita como:

$$G_{mf}(s) = \frac{\frac{K_{p\omega}}{J}s + \frac{K_{i\omega}}{J}}{s^2 + \frac{K_{p\omega} + D_m}{J}s + \frac{K_{i\omega}}{J}} \quad (4.6)$$

Assim, tendo em conta a equação característica genérica de um sistema de segunda ordem [69]:

$$\Delta(s) = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \quad (4.7)$$

É possível obter o valor dos ganhos do controlador em função da relação de amortecimento ( $\xi$ ) e da frequência natural não amortecida ( $\omega_n$ ) do sistema [53]:

$$K_{i\omega} = J\omega_n^2 \quad (4.8)$$

$$K_{p\omega} = 2\xi\omega_n J - D_m \quad (4.9)$$

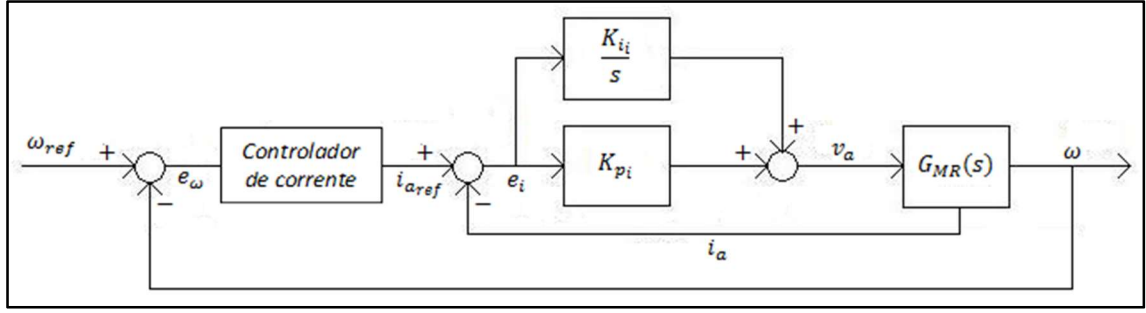
Utilizando a transformada bilinear (aproximação de Tustin [82]) para discretizar a parcela integradora, obtém-se a descrição matemática deste controlador no tempo discreto ( $e_\omega$  é o erro associado à velocidade angular da roda e  $h$  é o período de amostragem):

$$e_\omega(k) = \omega_{ref}(k) - \omega(k-1) \quad (4.10)$$

$$v_a(k) = K_{p\omega}e_\omega(k) + v_a(k-1) + \frac{h}{2}K_{i\omega}(e_\omega(k) + e_\omega(k-1)) \quad (4.11)$$

#### 4.1.2 PI (corrente)

Sabendo que o torque produzido pelo motor é proporcional à corrente que o percorre (equação 3.32) e que esta pode ser medida, é possível implementar um controlador PI que impõe a corrente necessária para obter a velocidade desejada (embora, na prática, a variável de controlo continue a ser a tensão).



**Figura 4.2** - Controlador de velocidade PI (corrente)

O bloco do controlador de corrente efetua os cálculos necessários para obter a corrente necessária a impor ao motor para se conseguir a velocidade pretendida. Resolvendo a equação 3.2 em ordem ao binário produzido pelo motor ( $T_m$ ), obtém-se (nas equações seguintes considera-se a nomenclatura da Tabela 3.1):

$$T_m = J_w \dot{\omega} + F_x r \quad (4.12)$$

A derivada da velocidade angular pode ser aproximada, em tempo discreto, pela aproximação das diferenças para trás (*backward differencing* [83]):

$$\dot{\omega} = \frac{\omega(k) - \omega(k-1)}{h} \quad (4.13)$$

Substituindo na equação 4.9 e considerando a velocidade angular instantânea como a velocidade angular desejada, obtém-se o valor de referência de torque do motor:

$$T_{m_{ref}} = J_w \frac{\omega_{ref}(k) - \omega(k-1)}{h} + F_x r \quad (4.14)$$

A força longitudinal ( $F_x$ ) é estimada pela fórmula mágica de Pacejka, em tempo real. O valor de referência de corrente calcula-se da seguinte forma:

$$i_{a_{ref}} = \frac{T_{m_{ref}}}{NK_m} \quad (4.15)$$

Nas expressões matemáticas que implementam o controlador no tempo discreto, considera-se agora o erro associado à corrente do motor:

$$e_i(k) = i_{a_{ref}}(k) - i_a(k-1) \quad (4.16)$$

$$v_a(k) = K_{pi} e_i(k) + v_a(k-1) + \frac{h}{2} K_{ii} (e_i(k) + e_i(k-1)) \quad (4.17)$$

Para obter o valor dos ganhos do controlador que garantem um bom desempenho do mesmo considera-se, neste caso, a dinâmica da parte elétrica do motor (aproveitando a proporcionalidade entre a corrente e o torque gerado pelo motor elétrico):

$$G_{MR}(s) = \frac{1}{\frac{L_a}{s + \frac{R_a}{L_a}}} \quad (4.18)$$

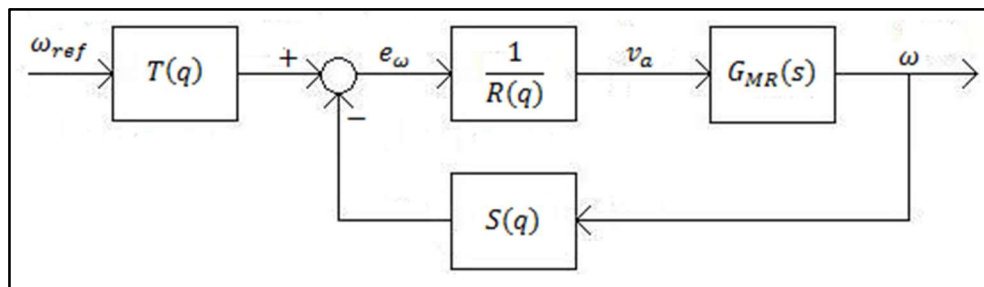
Esta função de transferência tem uma constante de tempo  $\tau = \frac{L_a}{R_a}$ . A dedução do cálculo dos ganhos do controlador pode ser consultada em [84].

$$K_{i_i} = \omega_n R_a \quad (4.19)$$

$$K_{p_i} = \tau K_{i_i} \quad (4.20)$$

### 4.1.3 RST

O controlador RST caracteriza-se por ser muito flexível e por permitir impor ao sistema um comportamento predefinido (através da função de transferência cujo comportamento se pretende imitar) [85]. A sua flexibilidade permite que seja utilizado em conjunto com técnicas de identificação do modelo em tempo real, tornando-o num controlador adaptativo. A sua arquitetura modela-se da seguinte forma:



**Figura 4.3** - Controlador de velocidade RST

$$R(q)v_a(q) = T(q)\omega_{ref}(q) - S(q)\omega(q) \quad (4.21)$$

Os polinómios que constituem o controlador podem ter grau tão elevado quanto necessário, podendo diferir entre si:

$$R(q) = q^{n_r} + r_1 q^{n_r-1} + \dots + r_{n_r} \quad (4.22)$$

$$S(q) = s_0 q^{n_s} + s_1 q^{n_s-1} + \dots + s_{n_s} \quad (4.23)$$

$$T(q) = t_0 q^{n_t} + t_1 q^{n_t-1} + \dots + r_{n_t} \quad (4.24)$$

Contudo, as restrições de causalidade (o grau do numerador de uma função de transferência não pode ser superior ao grau do seu denominador [69]) implicam que o grau de  $R(q)$  tem de ser igual ou superior aos graus de  $S(q)$  e  $T(q)$ . A função de transferência do sistema controlado em malha fechada é a seguinte ( $B(q)$  e  $A(q)$  correspondem ao numerador e ao denominador, respetivamente, da função de transferência do sistema constituído pela roda e pelo motor elétrico, no domínio do tempo discreto, em malha aberta):

$$G_{mf}(q) = \frac{B(q)T(q)}{R(q)A(q) + B(q)S(q)} \quad (4.25)$$

Através da abordagem polinomial, escolhe-se a função de transferência cujo comportamento se quer imitar ( $G_m(q)$ ), igualam-se os numeradores e os denominadores das duas funções de transferência no domínio do tempo discreto e obtêm-se os parâmetros do controlador. Voltando a considerar a dinâmica da parte mecânica do sistema constituído pela roda e pelo motor elétrico, simplifica-se a função de transferência  $G_{MR}(s)$ , considerando-a de primeira ordem (negligencia-se a constante de tempo da parte elétrica do motor). Assim, a função de transferência escolhida, cuja resposta ao degrau se pretende reproduzir, será também de primeira ordem:

$$G_{MR}(s) = \frac{a_1}{s + b_1} \quad (4.26)$$

$$G_m(s) = \frac{p}{s + p} \quad (4.27)$$

Escolhendo  $p = 5$ , tem-se um sistema cuja resposta ao degrau tem as seguintes características: uma sobrelevação  $PO = 0\%$ , um tempo de estabelecimento  $t_s(\pm 2\%) = 0.782$  s e um tempo de subida  $t_r = 0.439$  s. A sua discretização pode ser efetuada facilmente em Matlab® através do comando `c2d()`, obtendo-se uma representação do tipo:

$$G_m(q) = \frac{B_m(q)}{A_m(q)} = \frac{b_{m_1}}{q + a_{m_1}} \quad (4.28)$$

Tendo em vista a simplificação dos cálculos relativos aos seus parâmetros, escolhem-se polinómios de grau 1 para este controlador:

$$R(q) = q + r_1 \quad (4.29)$$

$$S(q) = s_0 q + s_1 \quad (4.30)$$

$$T(q) = t_0 q + t_1 \quad (4.31)$$

Arbitra-se  $r_1 = -1$ , de modo a conferir ao controlador a propriedade integradora, garantindo erro nulo em regime estacionário. Para obter os parâmetros do controlador, é necessário igualar os polinómios de  $G_{mf}(q)$  e de  $G_m(q)$ , o que resulta num sistema de equações:

$$\begin{cases} B(q)T(q) = B_m(q) \\ R(q)A(q) + B(q)S(q) = A_m(q) \end{cases} \quad (4.32)$$

Neste caso, o sistema não é diretamente resolúvel, sendo necessário adicionar um polinómio observador:

$$A_{obs}(q) = q + a_{obs} \quad (4.33)$$

O polinómio observador deverá ter uma dinâmica mais rápida do que a do controlador, pelo que se considera  $a_{obs} \geq 2p$ . O sistema já pode agora ser resolvido e os parâmetros do controlador determinados:

$$\begin{cases} B(q)T(q) = B_m(q)A_{obs}(q) \\ R(q)A(q) + B(q)S(q) = A_m(q)A_{obs}(q) \end{cases} \quad (4.34)$$

$$t_0 = \frac{b_{m_1}}{b_1} \quad (4.35)$$

$$t_1 = \frac{b_{m_1}a_{obs}}{b_1} \quad (4.36)$$

$$s_0 = \frac{a_{m_1} + a_{obs} - a_1 - r_1}{b_1} \quad (4.37)$$

$$s_1 = \frac{a_{m_1}a_{obs} - a_1r_1}{b_1} \quad (4.38)$$

Após o cálculo dos parâmetros do controlador, é possível calcular o sinal de controlo a aplicar ao motor ( $v_a$ ). Substituindo 4.29, 4.30 e 4.31 em 4.21 e aplicando o operador atraso  $q^{-n}$ , obtém-se:

$$v_a(k) = v_a(k-1) + t_0 \omega_{ref}(k) + t_1 \omega_{ref}(k-1) - s_0 \omega(k) - s_1 \omega(k-1) \quad (4.39)$$

Admitindo que os parâmetros do veículo não são conhecidos e que se podem alterar (a massa do veículo, por exemplo, varia com o número de passageiros e a restante carga), é útil utilizar uma técnica de identificação do sistema em tempo real. A seguir, apresenta-se o método recursivo dos mínimos quadrados médios. Na sua versão não recursiva, este método permite identificar sistemas, conhecendo os sinais de entrada e de saída, mas não em tempo real [86].

A resposta de um sistema no tempo discreto pode ser representada genericamente como:

$$\phi \hat{\theta} = Y \quad (4.40)$$

A matriz  $\phi$  contém as amostras passadas do sinal de saída e as amostras do sinal de controlo,  $\hat{\theta}$  é a matriz dos parâmetros estimados e  $Y$  contém as amostras do sinal de saída. No caso vertente, a matriz  $\hat{\theta}$  contém os parâmetros estimados na seguinte ordem e a matriz  $\phi$  contém, em cada iteração, as seguintes amostras:

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$\phi = [-\omega(k-1) \quad v_a(k-1)] \quad (4.42)$$

Representando o modelo desta forma, os parâmetros do mesmo ( $a_1$  e  $b_1$ ) podem ser estimados de forma recursiva.

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1} \varepsilon_{N+1} \\ \varepsilon_{N+1} = y(N+1) - \phi_{N+1} \hat{\theta}_N \\ K_{N+1} = P_N \phi_{N+1}^T (1 + \phi_{N+1} P_N \phi_{N+1}^T) \\ P_{N+1} = (I - K_{N+1} \phi_{N+1}) P_N \end{cases} \quad (4.43)$$

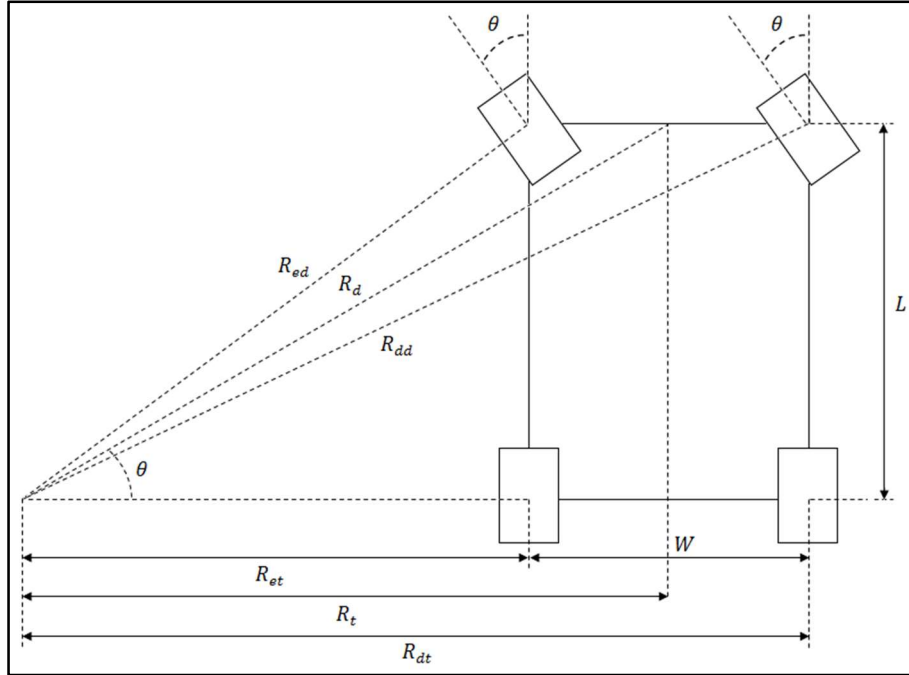
Aplica-se à nova amostra de entrada/saída o erro do modelo estimado na iteração anterior ( $\varepsilon_{N+1}$ ). Se este erro for baixo, a informação recente não é significativa e os coeficientes estimados não sofrerão grande alteração. O fator  $K_{N+1}$  impõe as alterações consoante o erro é baixo ou elevado, atualizando o vetor dos coeficientes do modelo ( $\hat{\theta}_N$ ) de forma incremental.

A matriz de covariância ( $P_N$ ) é um indicador do nível de confiança nos coeficientes estimados. Quanto menor o seu valor, maior a confiança. Na primeira iteração é necessário fazer estimativas do vetor de coeficientes e da matriz  $P_N$ . Os valores utilizados neste controlador são  $\hat{\theta}_0 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$  e  $P_{N_0} = \beta I$ .  $I$  é a matriz identidade e  $\beta \in \mathbb{R}^+$  deve ser relativamente elevado, logo arbitra-se  $\beta = 1000$ .

## 4.2 Sistema diferencial eletrónico

Como já referido, na configuração de veículo em análise, o sistema diferencial eletrónico é implementado por *software*, não sendo necessário utilizar componentes mecânicos adicionais. Este sistema não é, por si só, um controlador em malha fechada. O seu papel é calcular a velocidade pretendida para cada uma das rodas em função das condições de condução atuais, isto é, da velocidade longitudinal e do ângulo de direção do veículo. As velocidades das rodas são diferentes entre si, uma vez que em curva estas descrevem trajetórias diferentes. O controlador de velocidade, apresentado no ponto anterior, é o responsável por alcançar e manter o valor de velocidade angular desejado.

A dedução da velocidade pretendida para cada uma das rodas é melhor entendida com a ajuda do modelo de um veículo em curva, de Ackermann-Jeantand:



**Figura 4.4** - Geometria de um veículo em curva (modelo de Ackermann-Jeantand)

Além da nomenclatura presente na Tabela 3.1, nesta figura utilizam-se as seguintes variáveis:  $R_{ed}$ ,  $R_{dd}$ ,  $R_{et}$  e  $R_{dt}$ , correspondem aos raios das trajetórias das rodas esquerda dianteira, direita dianteira, esquerda traseira e direita traseira, respetivamente;  $R_d$  representa o raio da trajetória do centro do eixo dianteiro e  $R_t$  o raio da trajetória do centro do eixo traseiro.

A velocidade angular pretendida para cada roda obtém-se pela seguinte formulação [53]:

$$R_t = \frac{L}{\tan \theta} \quad (4.44)$$

$$R_{et} = R_t - \frac{W}{2} \quad (4.45)$$

$$R_{dt} = R_t + \frac{W}{2} \quad (4.46)$$

$$R_d = \sqrt{L^2 + R_t^2} \quad (4.47)$$

$$R_{ed} = \sqrt{L^2 + R_{et}^2} \quad (4.48)$$

$$R_{dd} = \sqrt{L^2 + R_{dt}^2} \quad (4.49)$$

$$\omega_{ref_{ed}} = \omega_{ref} \frac{R_{ed}}{R_d} \quad (4.50)$$

$$\omega_{ref_{dd}} = \omega_{ref} \frac{R_{dd}}{R_d} \quad (4.51)$$

$$\omega_{ref_{et}} = \omega_{ref} \frac{R_{et}}{R_t} \quad (4.52)$$

$$\omega_{ref_{dt}} = \omega_{ref} \frac{R_{dt}}{R_t} \quad (4.53)$$

No caso de o ângulo de direção ser nulo, as fórmulas anteriores não são válidas e a velocidade angular de referência será igual para as quatro rodas.

### 4.3 Sistema de controlo de tração

Para o tipo de veículo em apreço, e considerando a capacidade de travagem regenerativa do motor elétrico, os sistemas ABS e TCS podem ser aglutinados num único sistema de controlo de tração (sendo designado simplesmente por TCS daqui em diante), onde o único atuador é o próprio motor. O principal objetivo deste sistema é diminuir, quer em aceleração, quer em travagem, o coeficiente de deslize de cada roda, de modo a evitar a perda de capacidade de geração de força lateral por parte dos pneus. Consequentemente, o condutor mantém a possibilidade de alterar a direção do veículo.

Para diminuir o coeficiente de deslize, a velocidade angular da roda deverá ser semelhante à velocidade do seu centro de massa (convertida para velocidade angular pela equação 4.1). O controlo de tração das rodas é independente, pelo que cada uma terá a si associado um controlador como o da figura abaixo:

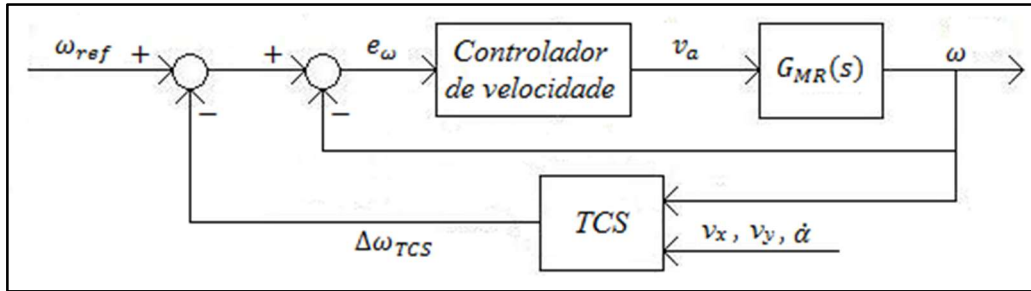


Figura 4.5 - Controlador de tração

Numa situação de deslize, a velocidade da roda será superior à do seu centro de massa em aceleração e será inferior em travagem. Este é o algoritmo de controlo utilizado para efetuar a correção, de modo a diminuir o deslize (*ij* é a representação genérica do acrónimo de cada uma das rodas):

$$\Delta\omega_{TCS} = K_{p_{TCS}} \left( \omega - \frac{v_{ij}}{r} \right) \quad (4.54)$$

As velocidades no centro de massa de cada roda ( $v_{ij}$ ) devem ser estimadas, em cada iteração, pelas equações 3.25 a 3.28.

### 4.4 Sistema eletrónico de controlo de estabilidade

O controlo de estabilidade pode ser implementado por três hipóteses distintas [71]:



- Travagem diferencial – utiliza-se o ABS para aplicar a travagem diferencial entre as rodas de cada um dos lados, com o intuito de controlar a velocidade angular do veículo;
- Direção corrigida (*steer-by-wire*) – adiciona-se uma correção ao comando de ângulo de direção do condutor, para alcançar a velocidade angular desejada e manter a trajetória correta do veículo;
- Distribuição ativa de torque – distribui-se o torque diferencialmente entre as rodas de cada lado; semelhante ao primeiro em termos de princípio de funcionamento, mas de implementação diferente e com possibilidade de não diminuir a velocidade do veículo.

Num veículo elétrico, com quatro motores independentes, a solução mais intuitiva a implementar é a distribuição ativa de torque, devido à possibilidade de controlar a velocidade de cada uma das quatro rodas de forma independente.

O controlador de estabilidade tem como objetivo alcançar a velocidade angular do veículo que permite que este não se desvie da sua trajetória. A velocidade angular desejada é calculada como [71] (de acordo com a nomenclatura da Tabela 3.1):

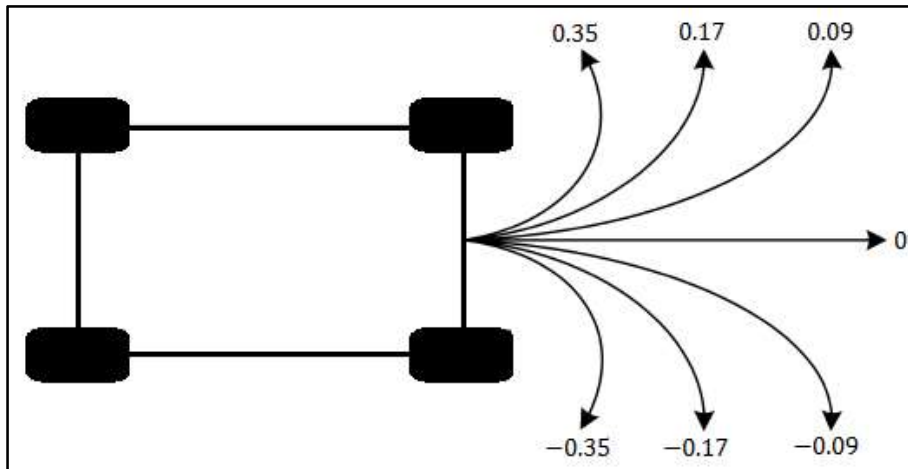
$$\dot{\alpha}_d = \frac{v_x}{a + b + \frac{Mv_x^2(bC_{at} - aC_{ad})}{2C_{at}C_{ad}(a + b)}} \theta \quad (4.55)$$

Os identificadores “t” e “d” referem-se aos pneus traseiros e dianteiros, respetivamente. Neste estudo considera-se  $C_{at} = C_{ad} = C_\alpha = BCD$  (produto dos coeficientes da fórmula mágica de Pacejka).

O controlador alcança o objetivo de controlo, acentuando a diferença entre as velocidades angulares de referência calculadas pelo EDS, em função da diferença entre a velocidade angular real e a desejada:

$$\omega_{ref} = \omega_{ref_{EDS}}(1 \pm |K_{p_{ESC}}(\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d)|) \quad (4.56)$$

Quando a diferença  $\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d$  é positiva, a equação 4.56 aplica-se com sinal “+” às rodas do lado esquerdo e com sinal “-” às do lado direito. No caso de esta diferença ser negativa, procede-se de forma inversa. O objetivo é criar um movimento de rotação contrário ao movimento atual do veículo, que o desvia da trajetória pretendida. Este facto esclarece-se com base na figura e na tabela que se seguem:



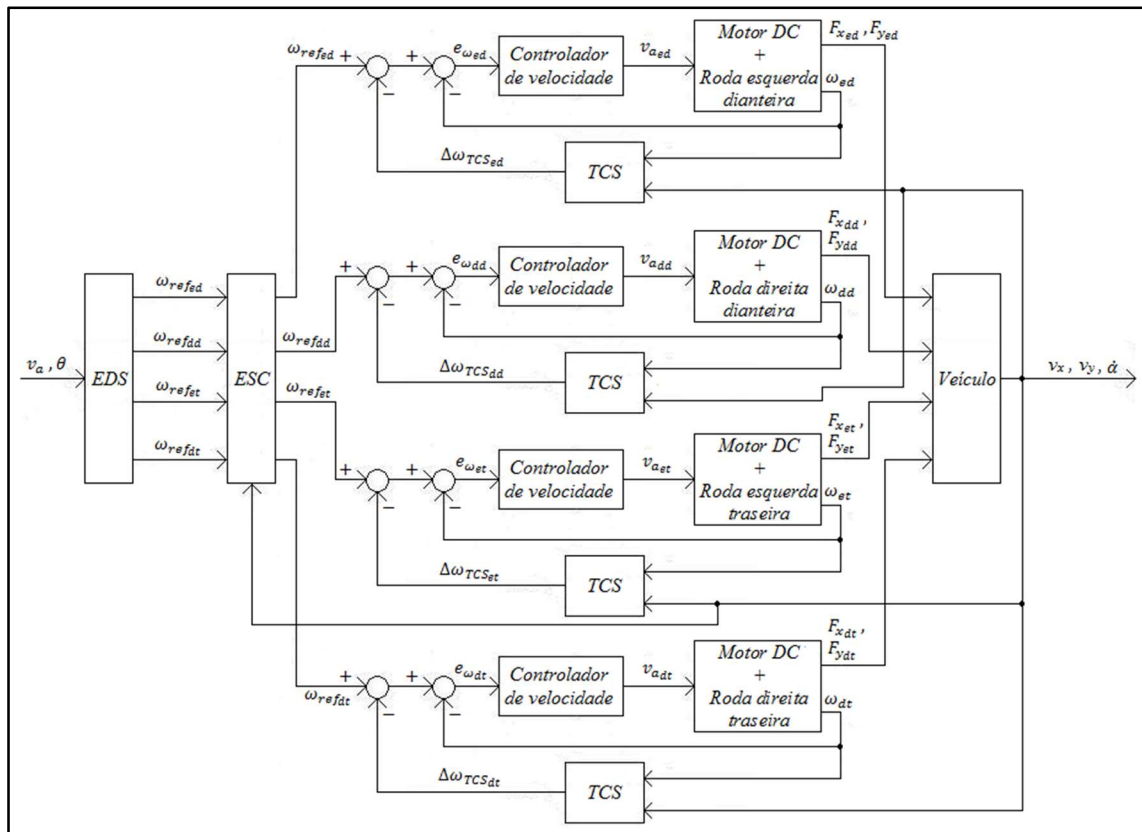
**Figura 4.6** - Trajetórias possíveis do veículo e respetivas velocidades angulares (rad/s)

$\dot{\alpha}_d$	$\dot{\alpha}$	Comparação	Situação
0.17	0.35	$\dot{\alpha}_d < \dot{\alpha}$	Sobreviragem
0.17	0.09	$\dot{\alpha}_d > \dot{\alpha}$	Subviragem
-0.17	-0.35	$\dot{\alpha}_d > \dot{\alpha}$	Sobreviragem
-0.17	-0.09	$\dot{\alpha}_d < \dot{\alpha}$	Subviragem

**Tabela 4.1** - Relação entre velocidades angulares (rad/s) e situação do veículo

## 4.5 Sistema de controlo global

Os algoritmos dos três sistemas de segurança desenvolvidos devem coexistir e cooperar entre si, de modo a melhorarem o desempenho do veículo segundo os critérios em foco: manobrabilidade e estabilidade. Esta cooperação pode ser conseguida através da seguinte malha de controlo:



**Figura 4.7** - Sistema de controlo global

O EDS é considerado um sistema em malha aberta, uma vez que apenas calcula as velocidades angulares de referência das quatro rodas, em função dos comandos do condutor e não possui realimentação.

O ESC ajusta as velocidades de referência calculadas pelo EDS, em função do estado atual do veículo (velocidades longitudinal, lateral e angular deste). É neste controlador que se fecha a malha de controlo principal.

O TCS, inserido na malha de controlo de cada uma das rodas, aplica o ajuste final a cada uma das velocidades de referência de modo a diminuir o deslize. A ação deste controlador melhora simultaneamente a manobrabilidade e a estabilidade do veículo, uma vez que permite aos pneus gerar maior força lateral.

O controlador de velocidade impõe a velocidade de referência definida pelos controladores que o antecedem na malha. Tal acontece mesmo que as velocidades impostas às quatro rodas levem à instabilidade do veículo, pelo que é necessário cuidado ao definir os ganhos dos controladores antecedentes.

## 5 Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos por simulação em ambiente Matlab/Simulink®, através dos quais se pode compreender a melhoria de desempenho, ao nível da manobrabilidade e da estabilidade, dos modelos de veículo em estudo, na presença de sistemas de segurança ativa.

Começa-se por se apresentar os sinais de entrada, isto é, os sinais que excitam o sistema e que simulam, de forma linear e não aproximada, os comandos dados por um operador humano. Segue-se o comportamento dos vários controladores de velocidade e a resposta do sistema de controlo de tração. Para concluir, são revelados os resultados da resposta do sistema de controlo global quando o veículo descreve diferentes trajetórias curvilíneas.

Em todas as simulações, que conduzem aos resultados doravante apresentados, optou-se por utilizar o modelo de pneu de Pacejka.

São testados dois tipos de modelo de veículo: um à escala real e outro de escala reduzida. Na tabela seguinte relembram-se as principais dimensões de ambos (de acordo com a nomenclatura da Tabela 3.1). A Tabela 3.6 contém todos os parâmetros de cada um dos veículos e a Tabela 3.7 as características dos motores utilizados em cada um deles.

Parâmetro	Veículo real	Veículo à escala 1:10	Unidade
$L$	2.3600	0.2590	m
$W$	1.3650	0.1210	m
$r$	0.2800	0.0320	M
$M$	1400	1	Kg

**Tabela 5.1** - Principais dimensões dos dois modelos de veículo utilizados nas simulações

Para melhor compreensão de todos os gráficos apresentados neste capítulo, identifica-se na tabela seguinte o significado das legendas utilizadas, indicando-se também as unidades em que os sinais são apresentados. As variáveis representadas nestes resultados incluem algumas das variáveis apresentadas na Tabela 3.1 e os sinais correspondentes às mesmas para cada uma das rodas e para cada um dos motores.

Símbolo	Grandeza física	Unidade
$v_x$	Velocidade longitudinal do veículo	km/h
$v_y$	Velocidade lateral do veículo	km/h
$\dot{\alpha}$	Velocidade angular do veículo	rad/s

<b>Símbolo</b>	<b>Grandeza física</b>	<b>Unidade</b>
$\dot{\alpha}_d$	Velocidade angular desejada do veículo	rad/s
$\theta$	Ângulo de direção das rodas dianteiras do veículo	°
$v_{x_{refij}}$	Velocidade longitudinal de referência das quatro rodas	km/h
$v_{x_{refed}}$	Velocidade longitudinal de referência da roda esquerda dianteira	km/h
$v_{x_{refdd}}$	Velocidade longitudinal de referência da roda direita dianteira	km/h
$v_{x_{refet}}$	Velocidade longitudinal de referência da roda esquerda traseira	km/h
$v_{x_{refdt}}$	Velocidade longitudinal de referência da roda direita traseira	km/h
$v_{x_{ij}}$	Velocidade longitudinal equivalente das quatro rodas	km/h
$v_{x_{ed}}$	Velocidade longitudinal equivalente da roda esquerda dianteira	km/h
$v_{x_{dd}}$	Velocidade longitudinal equivalente da roda direita dianteira	km/h
$v_{x_{et}}$	Velocidade longitudinal equivalente da roda esquerda traseira	km/h
$v_{x_{dt}}$	Velocidade longitudinal equivalente da roda direita traseira	km/h
$v_a$	Tensão de referência correspondente ao sinal imposto pelo condutor	V
$v_{a_{ij}}$	Tensão aplicada aos quatro motores elétricos	V
$v_{a_{ed}}$	Tensão aplicada ao motor elétrico associado à roda esquerda dianteira	V
$v_{a_{dd}}$	Tensão aplicada ao motor elétrico associado à roda direita dianteira	V
$v_{a_{et}}$	Tensão aplicada ao motor elétrico associado à roda esquerda traseira	V
$v_{a_{dt}}$	Tensão aplicada ao motor elétrico associado à roda direita traseira	V
$i_{a_{ij}}$	Corrente dos quatro motores elétricos	A
$i_{a_{ed}}$	Corrente do motor elétrico associado à roda esquerda dianteira	A
$i_{a_{dd}}$	Corrente do motor elétrico associado à roda direita dianteira	A
$i_{a_{et}}$	Corrente do motor elétrico associado à roda esquerda traseira	A
$i_{a_{dt}}$	Corrente do motor elétrico associado à roda direita traseira	A
$\sigma_{ij}$	Coefficiente de deslizamento das quatro rodas	Adimensional

**Tabela 5.2** - Significado das legendas dos gráficos apresentados neste capítulo

A velocidade de referência de cada roda ( $v_{x_{refij}}$ ) corresponde à velocidade longitudinal equivalente à velocidade angular, de acordo com equação 4.1, calculada teoricamente pelo EDS. O valor real da velocidade longitudinal equivalente de cada roda ( $v_{x_{ij}}$ ) também é calculada pela mesma equação, em função da velocidade angular de cada roda, cujo valor é dado pelo modelo de simulação (equivalente à velocidade angular medida, num sistema real). Os valores são apresentados em unidades de km/h, para melhor compreensão, embora os cálculos do modelo de simulação sejam efetuados originalmente em m/s e rad/s. As conversões efetuadas, para apresentação dos gráficos em unidades de km/h, correspondem a multiplicar os valores em m/s pelo fator 3.6 e os valores em rad/s pelo fator  $3.6r$ .

De forma análoga, o ângulo de direção é referido textualmente e apresentado nos gráficos em graus (°), para mais fácil compreensão, apesar de os cálculos dos algoritmos de controlo e do modelo de simulação serem efetuados em radianos (rad). A conversão para graus é efetuada multiplicando o valor em radianos pelo fator  $180/\pi$ .

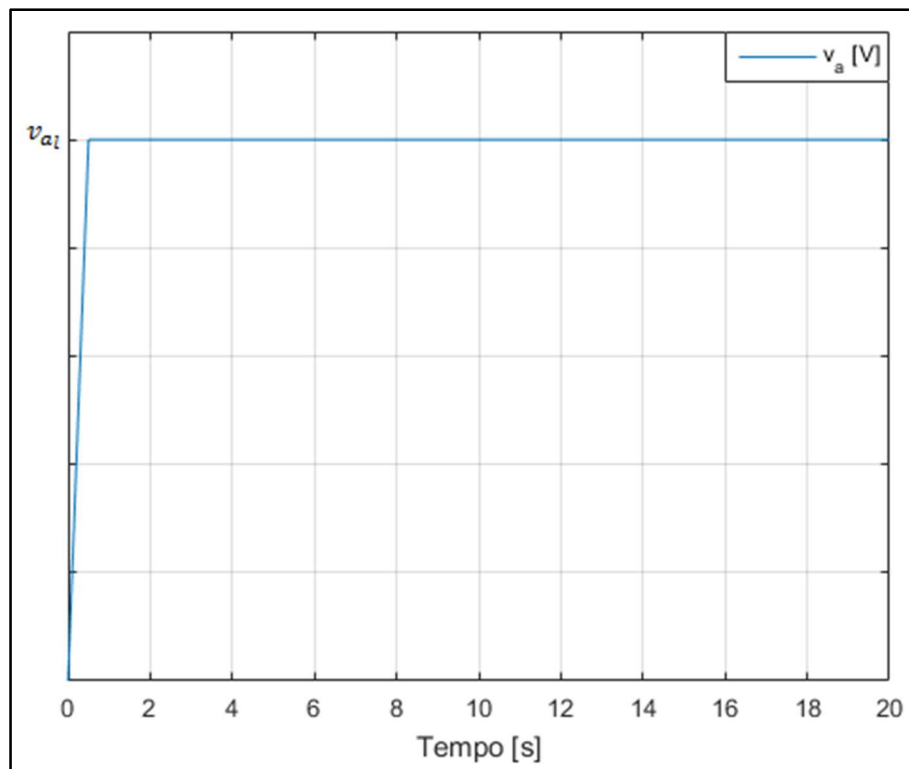
O sinal de controlo de referência ( $v_a$ ) corresponde ao sinal imposto pelo condutor através do pedal e também é apresentado, para comparação, nos gráficos que representam situações em que o sistema de controlo está ativo. Nas simulações em que o sistema de controlo do veículo não está ativo, é aplicada a mesma tensão aos quatro motores elétricos ( $v_{a_{ij}}$ ), que coincide com o sinal de controlo de referência ( $v_a$ ).

Nas simulações em que o veículo se desloca em linha reta, os sinais de velocidade, tensão, corrente e coeficiente de deslize coincidem para as quatro rodas, ou seja, sobrepõem-se. Nestes casos, apenas é apresentado um traçado para cada tipo de sinal, com o acrónimo  $ij$ , representando os sinais das quatro rodas ou dos quatro motores elétricos.

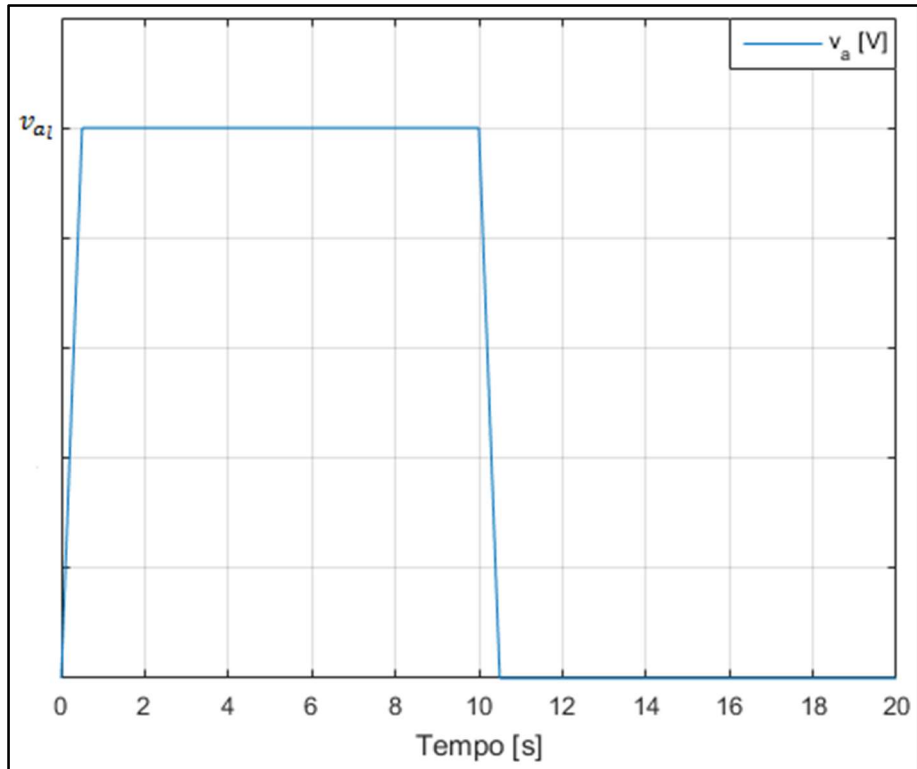
## 5.1 Sinais de entrada

Os sinais de entrada que estimulam o sistema provêm de duas fontes: a aceleração ou desaceleração desejada pelo condutor e o ângulo de direção imposto por este através do volante.

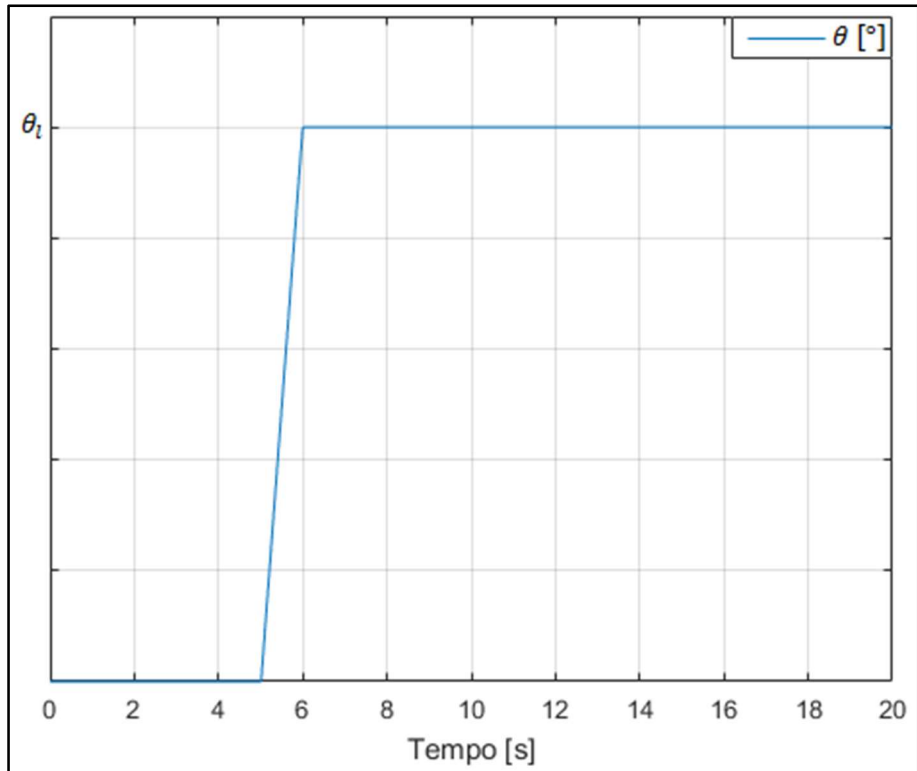
Os veículos são testados em quatro velocidades distintas: à velocidade máxima, a três quartos, a metade e a um quarto da mesma. Tal como apresentado no Capítulo 4, a velocidade máxima corresponde à aplicação da tensão de operação máxima aos motores elétricos do veículo, quando este se desloca em linha reta. O sinal do acelerador demora meio segundo a atingir a tensão desejada a aplicar ao motor ( $v_{a_l}$ , que corresponde, de forma linear, a uma determinada velocidade pretendida, como demonstram as equações 4.1 e 4.3). Esta característica do sinal visa modelar a resposta de um pedal (Figuras 5.1 e 5.2). Apresenta-se também a evolução no tempo do ângulo de direção correspondente às duas manobras curvilíneas em teste (Figuras 5.3 e 5.4). Estes sinais possuem uma amplitude máxima,  $\theta_l$ , que varia de teste para teste.



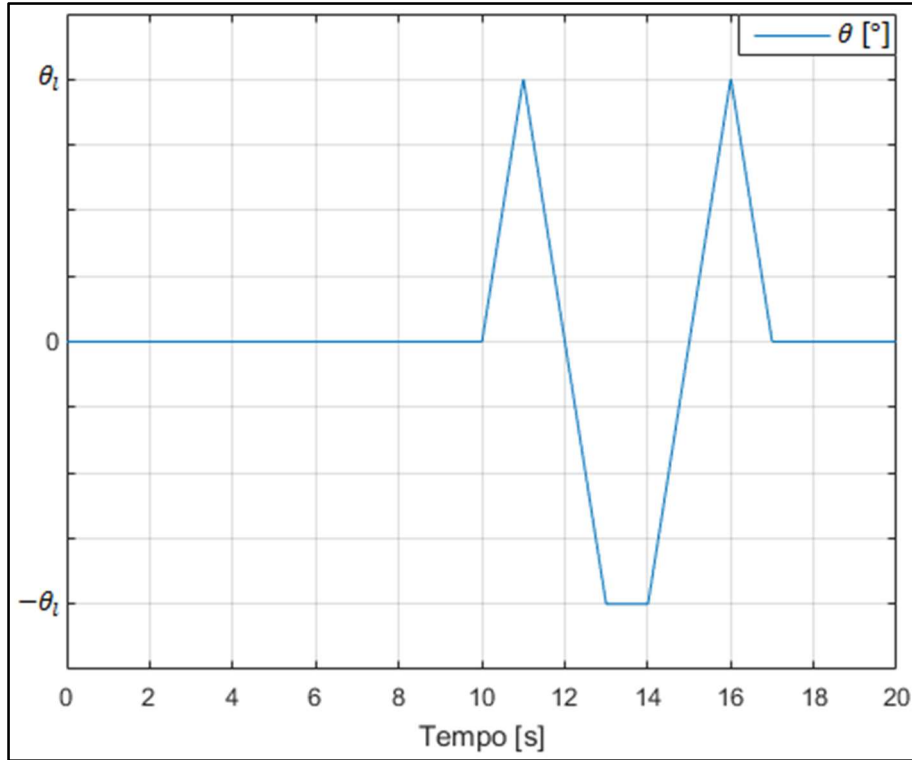
**Figura 5.1** - Sinal de aceleração genérico



**Figura 5.2** - Sinal de teste do TCS



**Figura 5.3** - Evolução do ângulo de direção correspondente à manobra circular



**Figura 5.4** - Evolução do ângulo de direção correspondente à manobra de dupla mudança de faixa

## 5.2 Controlador de velocidade

Para o veículo de pequena escala são testados, com sucesso, os três controladores de velocidade desenvolvidos, com um tempo de amostragem  $h = 0.01$  s. Para o veículo real, apenas é implementado com êxito o controlador de velocidade PI, em tensão. Neste caso, o tempo de amostragem é  $h = 0.1$  s. O tempo de amostragem do veículo de escala reduzida é dez vezes menor do que o do veículo à escala real, dado que o momento de inércia da roda deste veículo é muito mais reduzido. A resposta do sistema constituído pela roda e pelo motor elétrico será mais rápida neste veículo, necessitando de ser monitorizada com uma maior frequência.

Os testes são efetuados, nesta fase, em trajetória retilínea, ou seja, com ângulo de direção nulo. Nestes testes são considerados os parâmetros de asfalto seco no modelo do pneu e nenhum dos sistemas de segurança está ativo, apenas atuando o controlador de velocidade.

Nos gráficos seguintes, a variável em foco é a velocidade longitudinal do veículo, que constitui o objetivo de controlo. cujo valor considerado nos presentes testes é igual a metade da velocidade máxima de cada veículo. Para atingir essa velocidade aplica-se o sinal da Figura 5.1, com  $v_{al} = v_{a_{max}}/2$ .

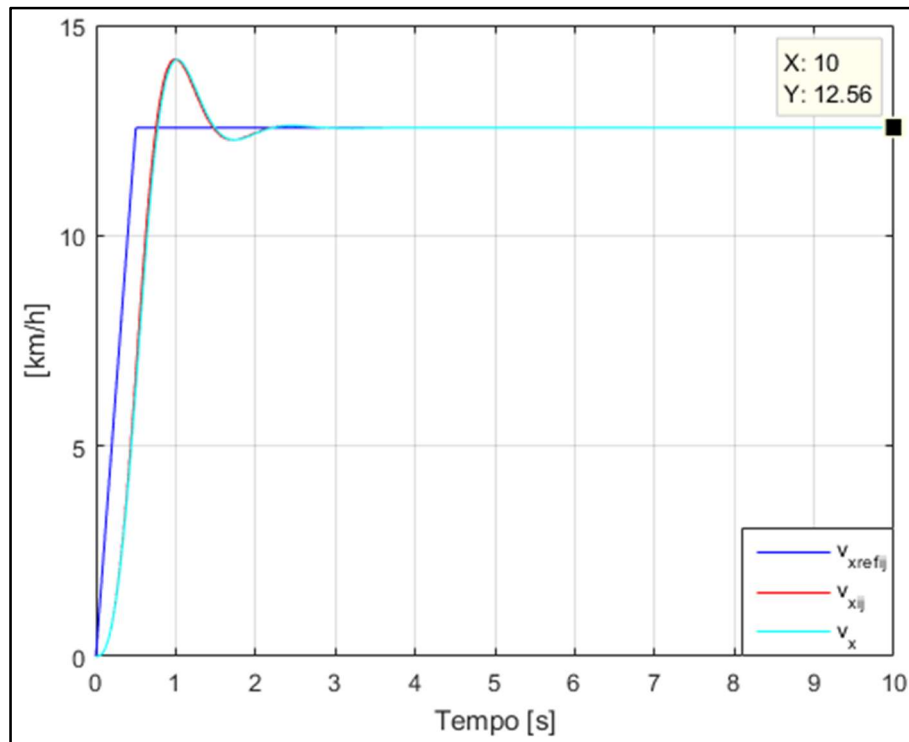
### 5.2.1 PI (tensão)

No caso do veículo de escala reduzida, consideram-se  $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (relação de amortecimento ótima [69]) e  $f_n = 1$  Hz (relembra-se que  $\omega_n = 2\pi f_n$ ) no cálculo dos ganhos dos controladores,

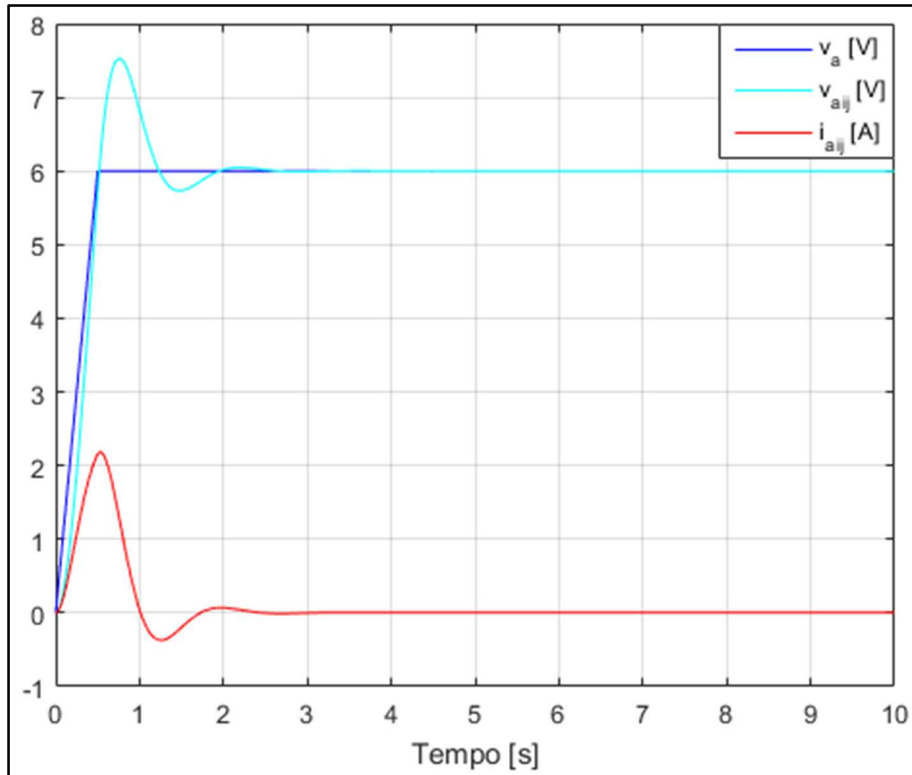


conseguindo-se um controlador estável e com desempenho razoável, independentemente da velocidade desejada. Ao utilizar-se a relação de amortecimento ótima garante-se uma resposta com pouca sobrelevação e um tempo de estabelecimento igualmente reduzido. Foram testados valores mais elevados de frequência natural, que reduziriam ligeiramente o tempo de estabelecimento, mas têm o inconveniente de tornar a resposta mais oscilatória. Nos resultados a seguir apresentados (Figuras 5.5 e 5.6) observa-se a dinâmica do controlador PI, inicialmente com alguma sobrelevação e depois a atingir o objetivo de velocidade ( $v_{xref_{ij}}$ ) com erro nulo devido à componente integradora. Constatase também a proporcionalidade entre a tensão aplicada ao motor elétrico e a sua velocidade angular, como indica a equação 3.31. Analisando a corrente dos motores elétricos ( $i_{a_{ij}}$ ), verifica-se um pico inicial, que corresponde ao arranque, tornando-se muito reduzida em velocidade constante. Quando a corrente toma valores negativos, significa que ocorre travagem. O sinal representativo da velocidade longitudinal efetiva das quatro rodas ( $v_{x_{ij}}$ ) praticamente se sobrepõe à velocidade longitudinal do veículo ( $v_x$ ), o que revela um coeficiente de deslizamento reduzido.

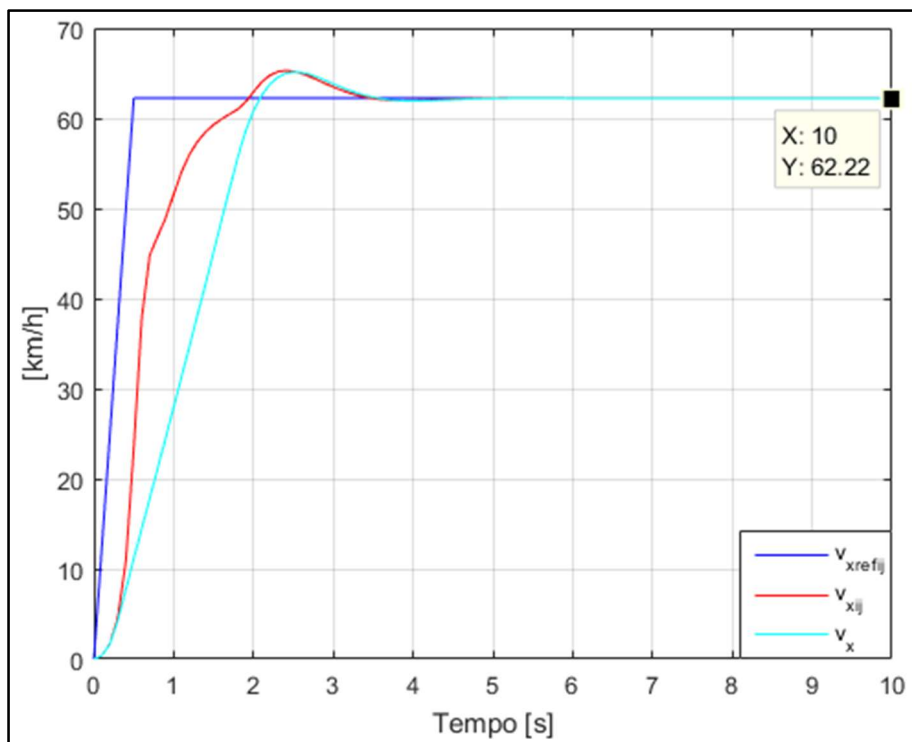
Na simulação do modelo com os parâmetros do veículo real, consideram-se ganhos unitários para o controlador ( $K_{p_\omega} = 1$  e  $K_{i_\omega} = 1$ ), uma vez que não se conseguiu um controlador estável de outra forma. Os resultados para este modelo (Figuras 5.7 e 5.8) são semelhantes aos do modelo do veículo de pequena escala. Todavia, verifica-se algum deslizamento (diferença entre a velocidade longitudinal,  $v_x$ , do veículo e a das quatro rodas) neste caso, o que se deve ao elevado torque máximo (disponível no arranque) proporcionado pelos motores elétricos correspondentes a este modelo e pela caixa de velocidades de razão  $N = 5$ . O veículo possui demasiada potência disponível relativamente às suas necessidades, devido às dificuldades em encontrar um modelo de motor elétrico adequado. No entanto, esse não é o foco desta investigação e a excessiva potência não invalida os resultados apresentados.



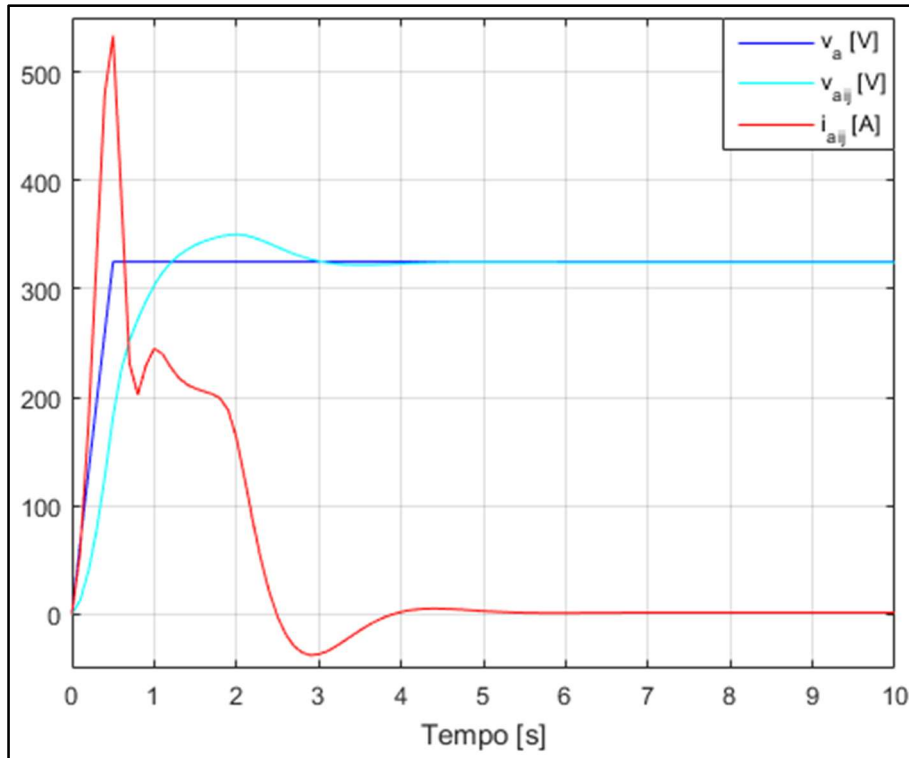
**Figura 5.5** - Resposta dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo à escala 1:10)



**Figura 5.6** - Sinais de controlo dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo à escala 1:10)



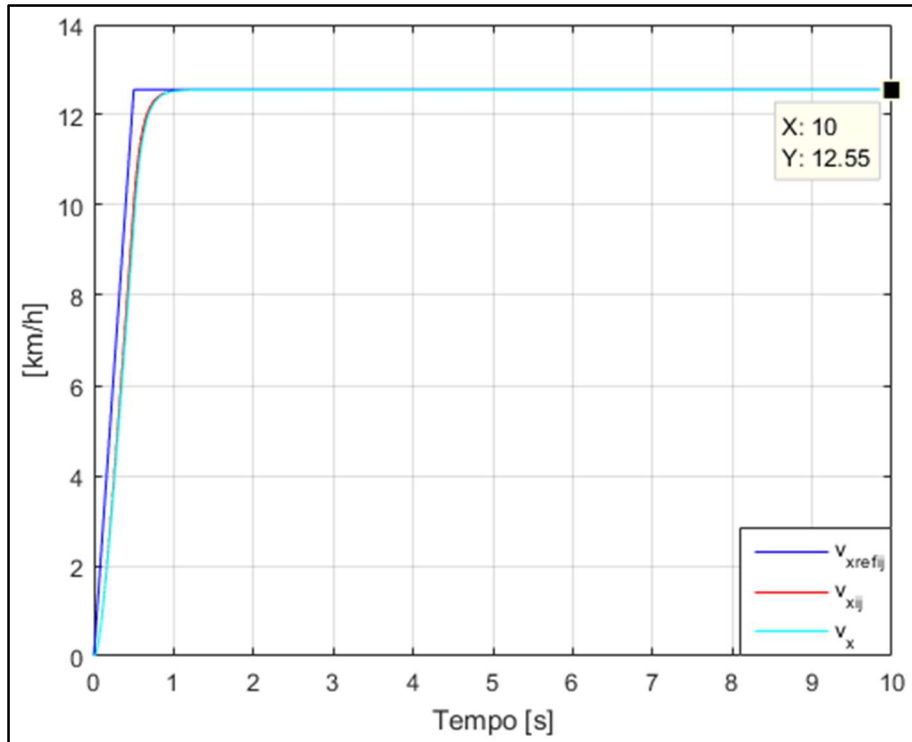
**Figura 5.7** - Resposta dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo real)



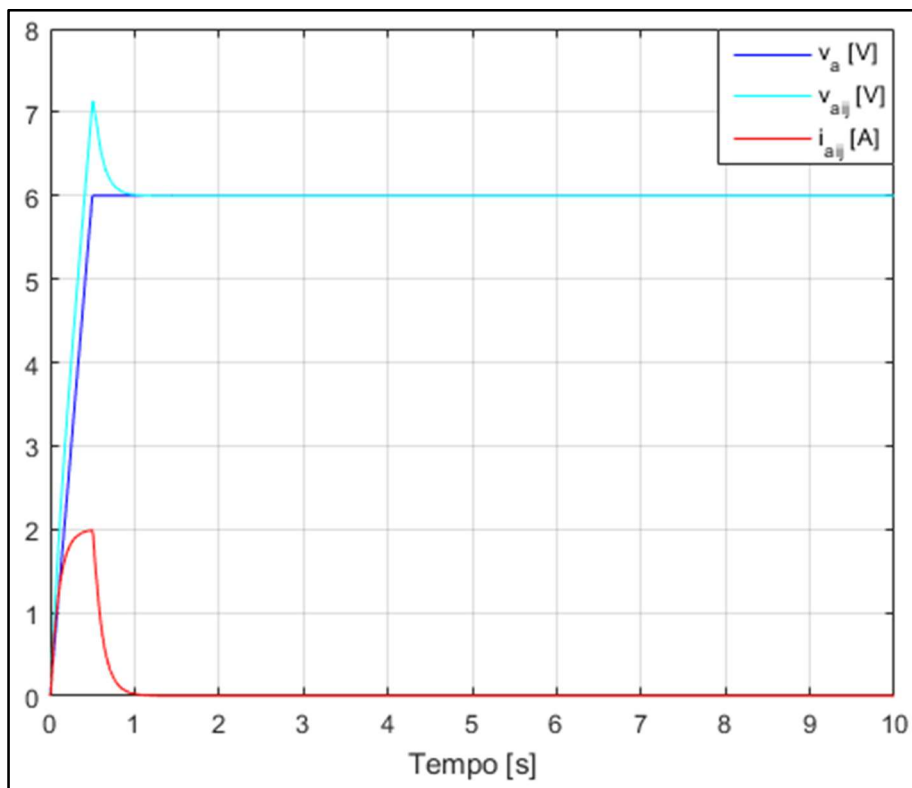
**Figura 5.8** - Sinais de controlo dos controladores de velocidade PI em tensão (modelo do veículo real)

### 5.2.2 PI (corrente)

No cálculo dos ganhos deste controlador considera-se  $f_n = 20$  Hz [53], resultando num controlador estável e com bom desempenho (Figuras 5.9 e 5.10). O desempenho deste controlador é melhor relativamente ao do controlador anterior (Figura 5.5), uma vez que a resposta de velocidade não apresenta sobrelevação e tem um menor tempo de estabelecimento. No entanto, este controlador depende da estimação das forças geradas pelos pneus em tempo real, o que implica cálculos complexos (incluindo um modelo de pneu) num curto espaço de tempo. Este facto torna desaconselhável o seu uso num sistema real.



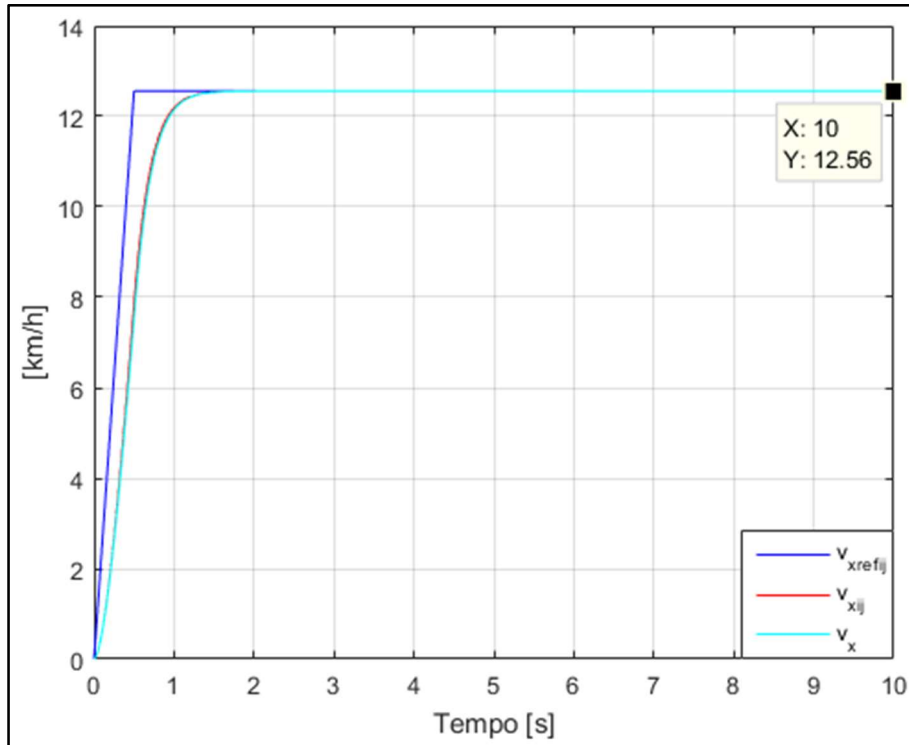
**Figura 5.9** - Resposta dos controladores de velocidade PI em corrente (modelo do veículo à escala 1:10)



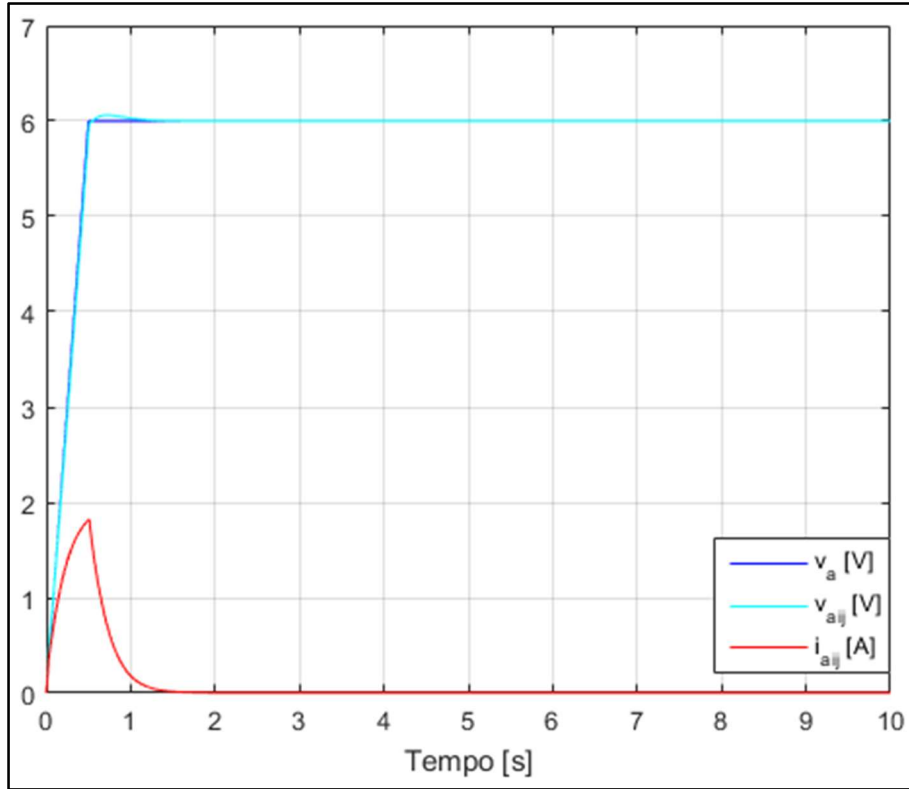
**Figura 5.10** - Sinais de controlo dos controladores de velocidade PI em corrente (modelo do veículo à escala 1:10)

### 5.2.3 RST

Os parâmetros deste controlador já foram definidos aquando da sua exposição teórica (no ponto 4.1.3). Nas Figuras 5.11 e 5.12 verifica-se que este controlador tem um desempenho semelhante ao do controlador PI em corrente, mas a resposta em velocidade, no caso vertente, apresenta um tempo de estabelecimento ligeiramente superior. Também à semelhança do controlador do ponto anterior, a eficácia deste controlador depende de cálculos complexos, que ocorrem neste caso durante a identificação do sistema em tempo real. Por este motivo, a sua implementação em sistemas reais também está sujeita a falhas.



**Figura 5.11** - Resposta dos controladores de velocidade RST (modelo do veículo à escala 1:10)



**Figura 5.12** - Sinais de controle dos controladores de velocidade RST (modelo do veículo à escala 1:10)

### 5.3 Sistema de controlo de tração

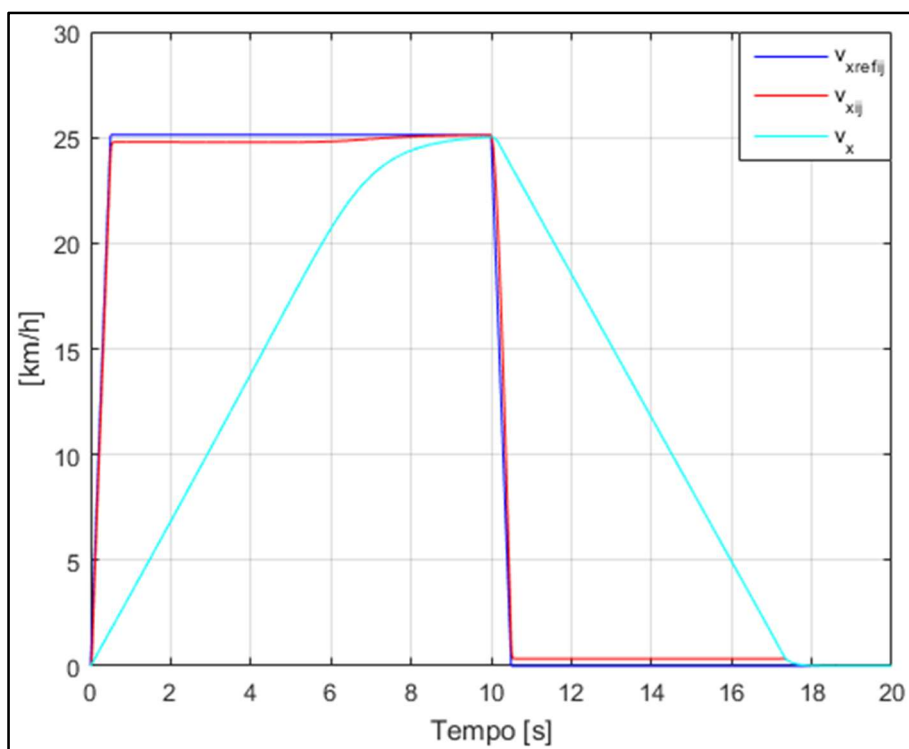
No caso do modelo do veículo de pequena escala, utilizam-se os parâmetros de gelo no modelo do pneu. Para testar o veículo real, faz-se uso dos parâmetros de asfalto seco. Devido ao elevado torque disponível no momento de arranque, como já foi explicado, as rodas deste veículo possuem um elevado coeficiente de deslize, mesmo em piso com elevada aderência, e que é particularmente elevado quando se pretende atingir a velocidade máxima rapidamente. O teste do sistema de controlo de tração é efetuado em trajetória retilínea (com ângulo de direção nulo) e aplica-se o sinal da Figura 5.2 com  $v_{al} = v_{a_{max}}$ .

Para ambos os veículos é apresentada a comparação entre duas situações díspares: uma em que o TCS (em conjunto com o controlador de velocidade apresentado no subcapítulo 5.2.1) está ativo e outra em que não. Em ambos é utilizado o parâmetro de controlo  $K_{p_{TCS}} = 5$ .

Comparando os gráficos das Figuras 5.13 e 5.15 com os gráficos das Figuras 5.17 e 5.19, verifica-se que, para o modelo do veículo de escala reduzida, o coeficiente de deslize das quatro rodas ( $\sigma_{ij}$ ) é consideravelmente reduzido na situação em que sistema de controlo de tração está ativo. Não se pode comparar a distância de travagem, uma vez que na segunda simulação (com o sistema de controlo de tração ativo) o veículo não chega a atingir a velocidade máxima, dado que para velocidades elevadas, o efeito de correção de velocidade do TCS torna a aceleração do veículo lenta. Ainda assim, a redução do tempo de estabelecimento e da distância de travagem não é o objetivo deste sistema, mas sim diminuir o coeficiente de deslize de modo a aumentar a manobrabilidade do veículo.

No caso do modelo do veículo à escala real, comparando os respetivos gráficos (Figuras 5.19 a 5.24), observa-se igualmente uma redução do coeficiente de deslize ( $\sigma_{ij}$ ) com o TCS ativo. A

resposta de velocidade deste sistema para este veículo é mais oscilatória, relativamente à resposta do veículo de escala reduzida, à semelhança do que ocorre com o ABS nos veículos convencionais.



**Figura 5.13** - Resposta em velocidade com o TCS inativo (modelo do veículo à escala 1:10)

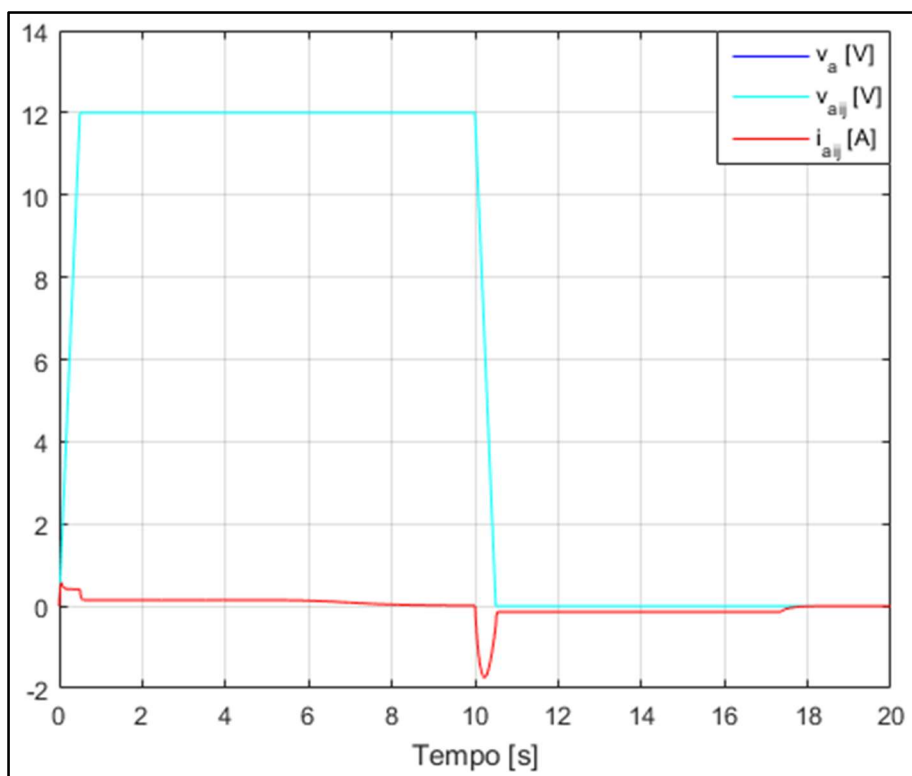


Figura 5.14 - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.13

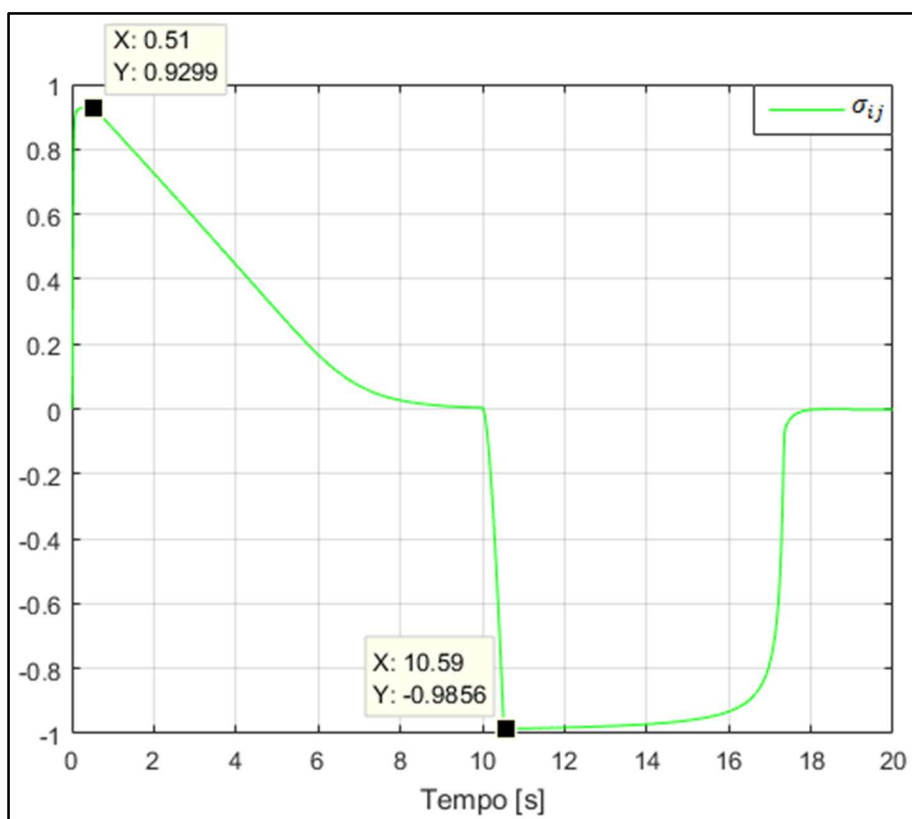
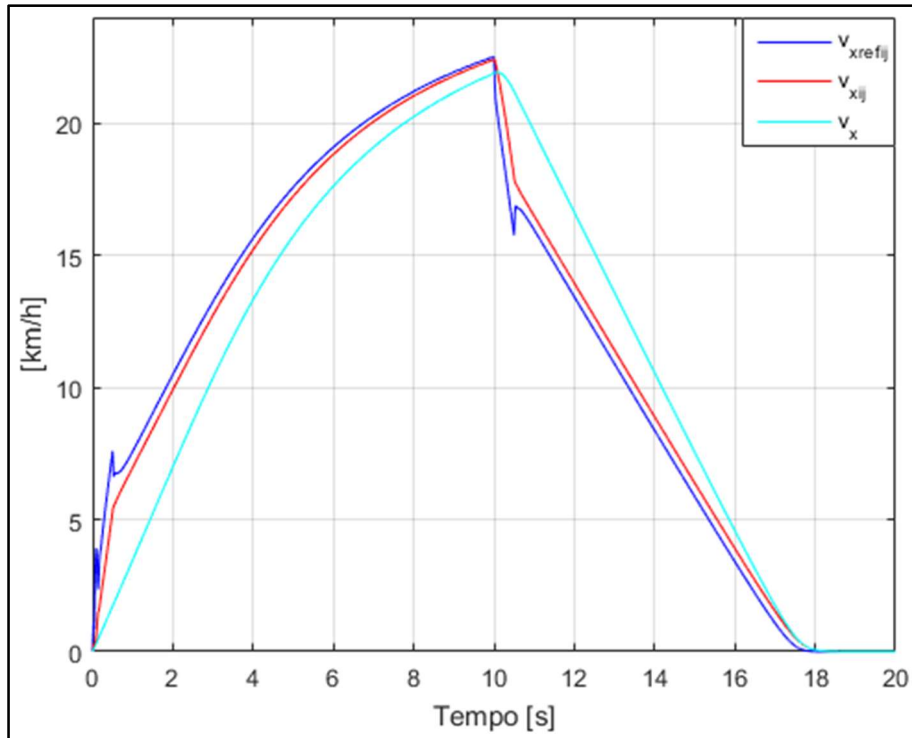
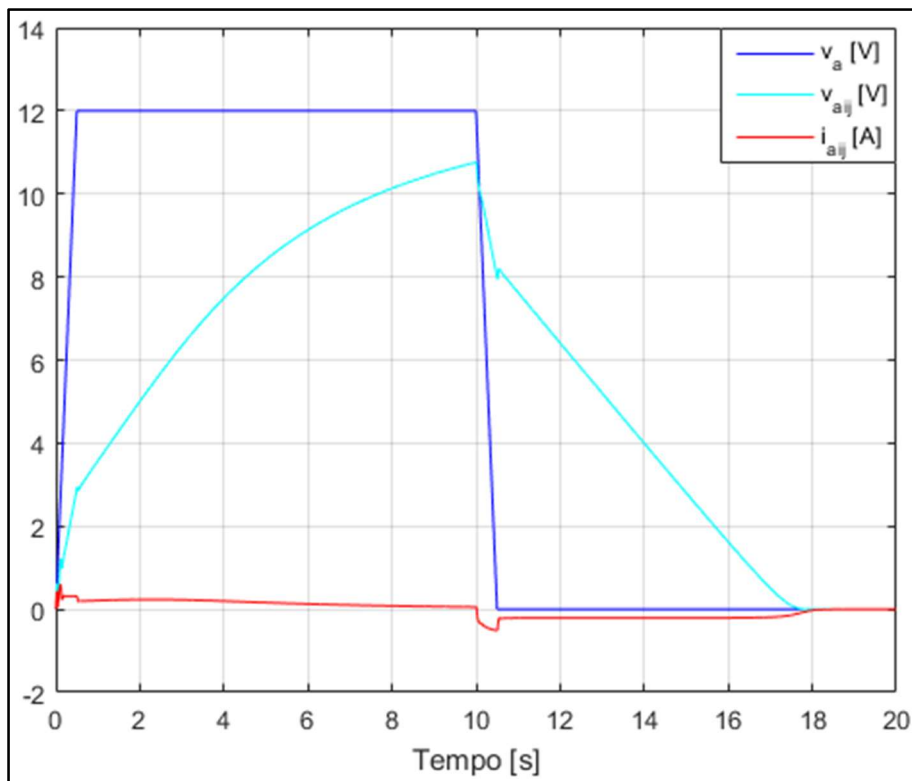


Figura 5.15 - Coeficientes de deslize referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.13





**Figura 5.16** - Resposta em velocidade com o TCS ativo (modelo do veículo à escala 1:10)



**Figura 5.17** - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.16

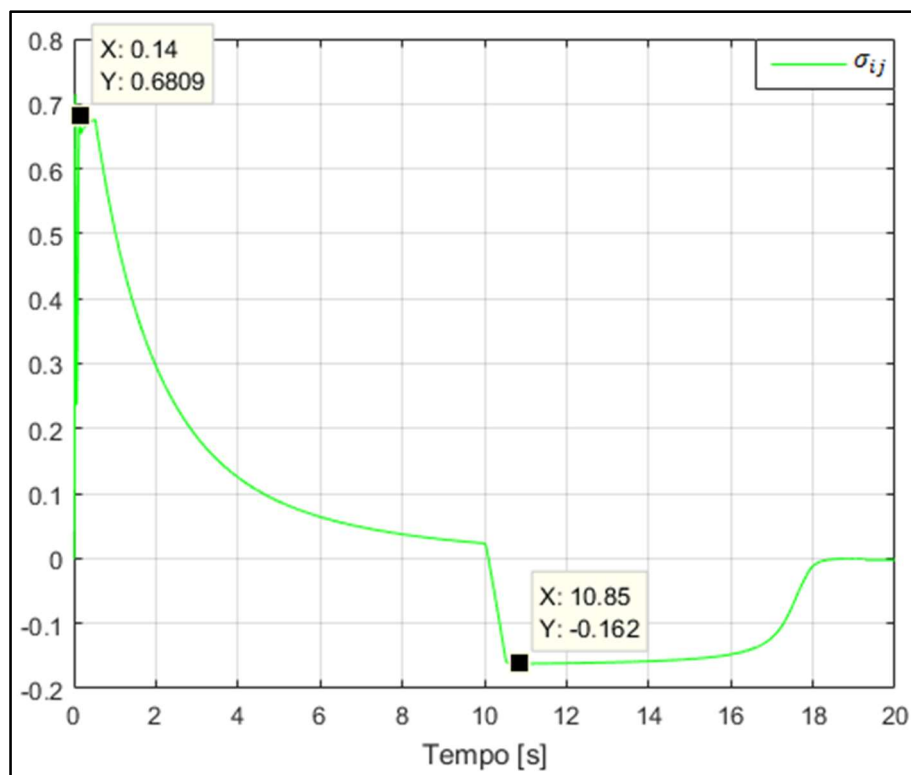


Figura 5.18 - Coeficientes de deslizamento referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.16

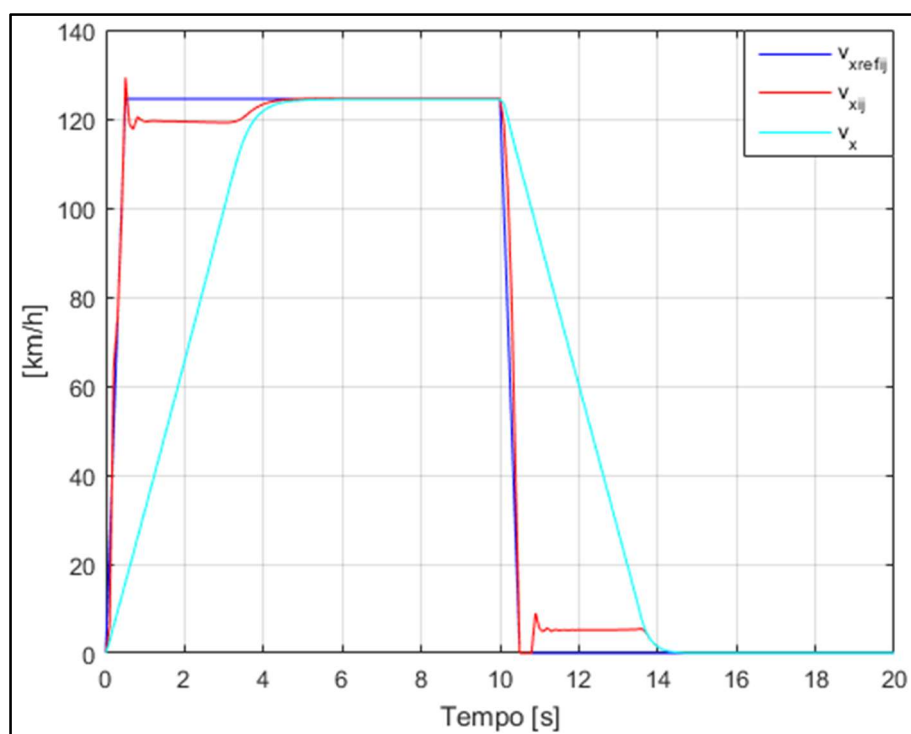
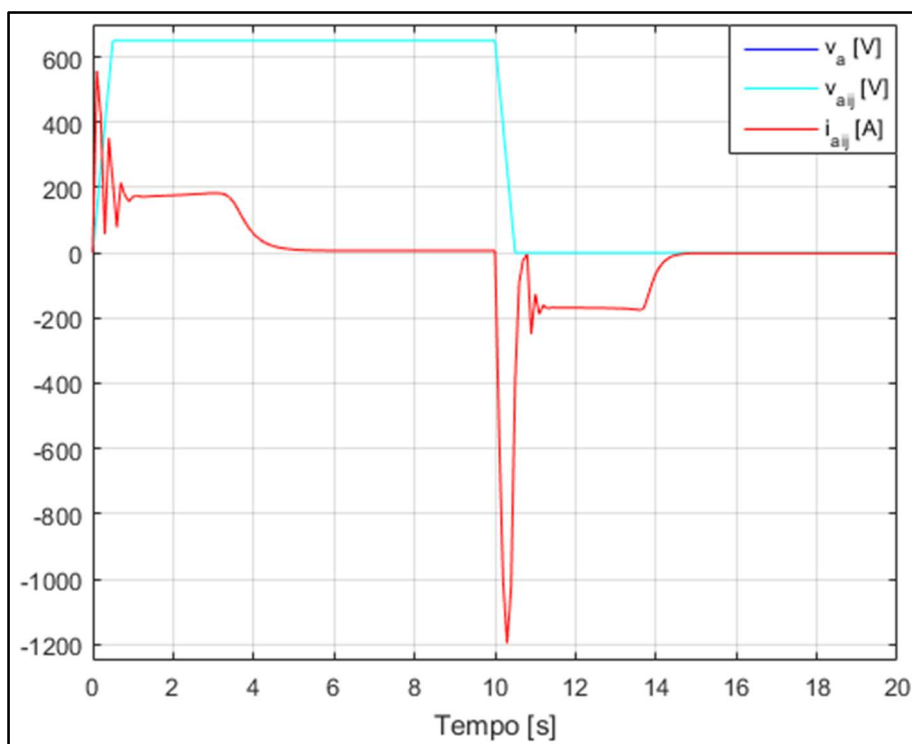
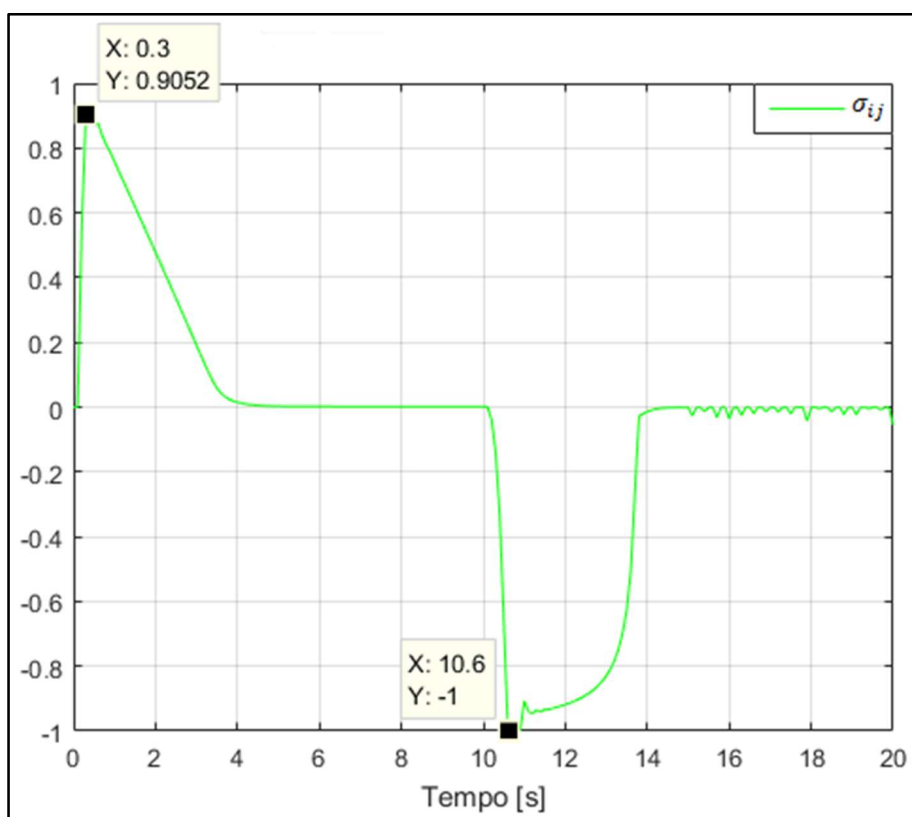


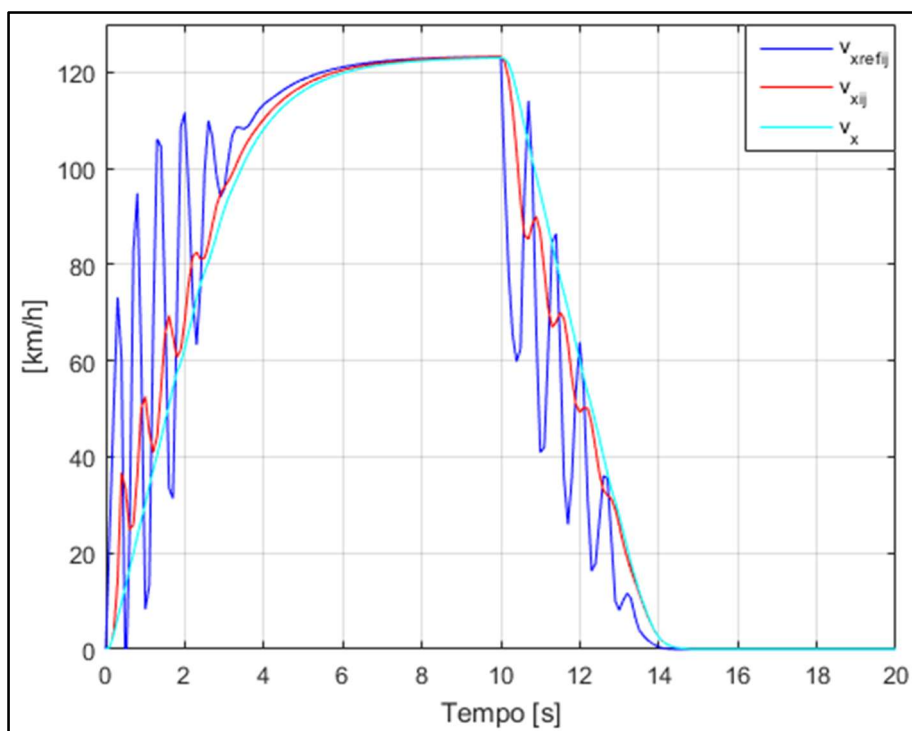
Figura 5.19 - Resposta em velocidade com o TCS inativo (modelo do veículo real)



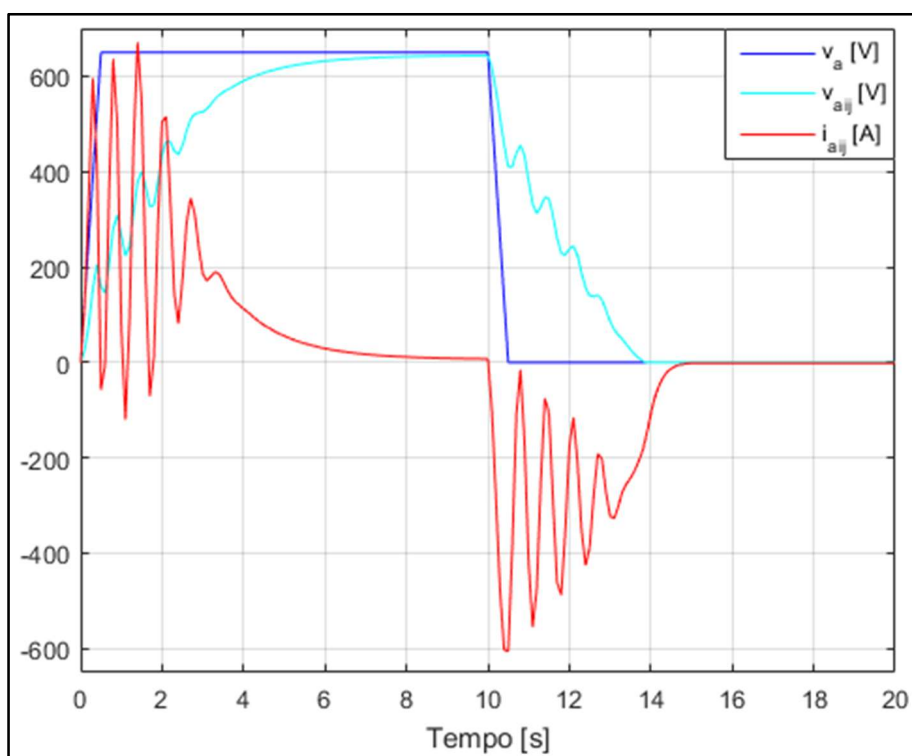
**Figura 5.20** - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.19



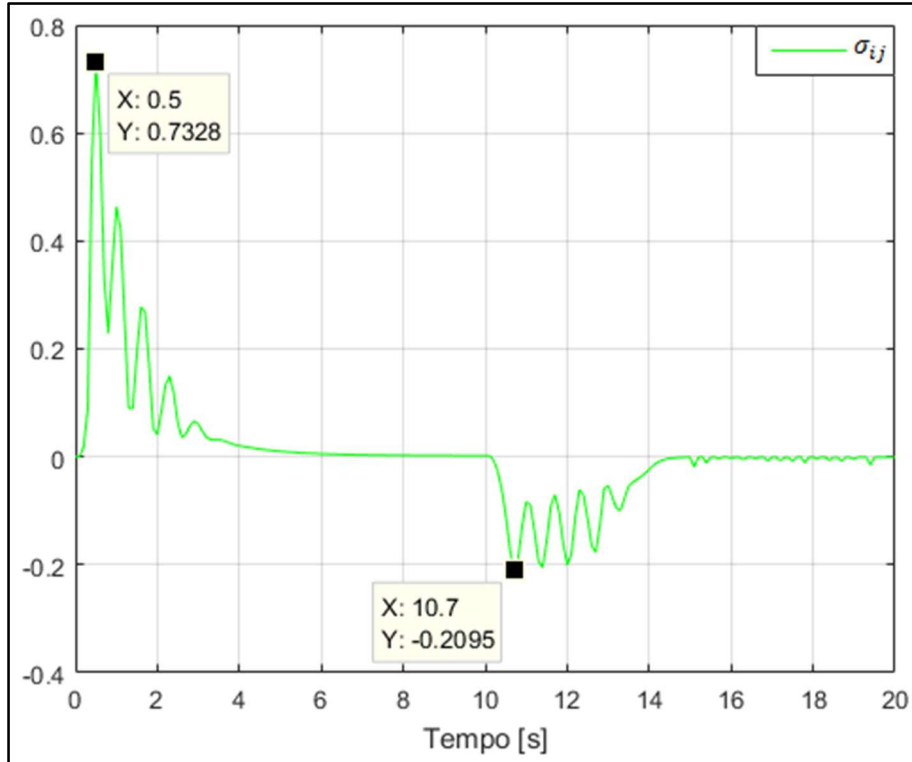
**Figura 5.21** - Coeficientes de deslize referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.19



**Figura 5.22** - Resposta em velocidade com o TCS ativo (modelo do veículo real)



**Figura 5.23** - Sinais de controlo referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.22



**Figura 5.24** - Coeficientes de deslizamento referentes à resposta apresentada no gráfico da Figura 5.22

## 5.4 Sistema de controlo global

O teste do sistema de controlo global é efetuado com os três sistemas de segurança ativos simultaneamente e aplicando manobras curvilíneas aos veículos. Para ambos os veículos em teste, os parâmetros de controlo são  $K_{P_{ESC}} = 0.5$  e  $K_{P_{TCS}} = 5$ . O controlador de velocidade utilizado é o controlador PI em tensão, com os parâmetros apresentados no subcapítulo 5.2.1. Para cada um dos testes é apresentada a diferença entre duas simulações: uma em que os sistemas de segurança estão ativos e outra em que não estão.

### 5.4.1 Manobra circular

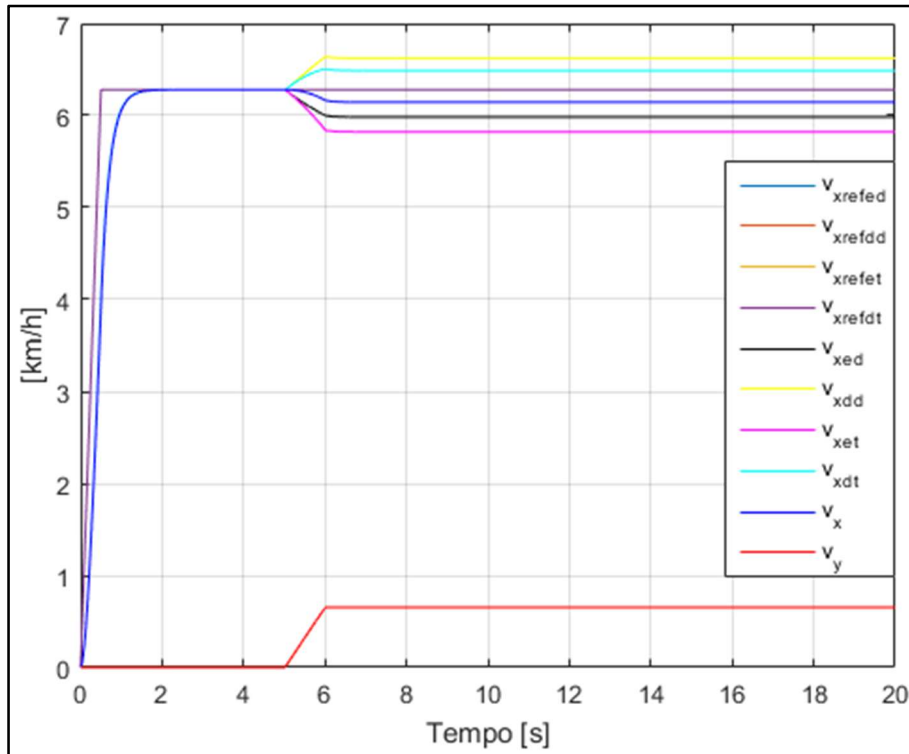
Com o teste da manobra circular tenciona-se evidenciar o efeito do EDS no cálculo da velocidade pretendida para cada uma das rodas e na trajetória descrita pelo veículo. Os testes desta manobra (Figura 5.3) são efetuados, para ambos os modelos de veículo, a um quarto da velocidade máxima (aplica-se o sinal da Figura 5.1 com  $v_{a_l} = v_{a_{max}}/4$ ), com um ângulo  $\theta_l = 15^\circ$  (que corresponde a uma curva à esquerda; se este valor fosse negativo, o veículo descreveria uma curva à direita) e considerando os parâmetros de interação entre os pneus e asfalto seco.

Para ambos os modelos de veículo, as velocidades longitudinais equivalentes das quatro rodas ( $v_{x_{ed}}$ ,  $v_{x_{dd}}$ ,  $v_{x_{et}}$  e  $v_{x_{dt}}$ ) são já diferentes entre si quando o sistema de controlo não está ativo, devido ao deslizamento forçado que ocorre durante a trajetória circular (Figuras 5.25 e 5.33). Quando o sistema de

controlo está ativo, as velocidades são ligeiramente ajustadas (Figuras 5.29 e 5.37), o que é suficiente para aumentar a manobrabilidade e estabilidade do veículo.

Comparando o gráfico da Figura 5.26 com o da Figura 5.30, constata-se uma ligeira redução do raio da trajetória circular, para o veículo de escala reduzida. Há também uma redução da corrente exigida a cada um dos motores ( $i_{aed}$ ,  $i_{add}$ ,  $i_{aet}$  e  $i_{adt}$ ) no caso em que o sistema de controlo global está ativo (Figuras 5.27 e 5.31), o que indica um menor coeficiente de deslize das rodas em curva (dado que a corrente exigida a cada motor é proporcional ao coeficiente de deslize da respetiva roda). A velocidade angular desejada ( $\dot{\alpha}_d$ ) é atingida pelo veículo quando o sistema de controlo se encontra ativo (Figuras 5.28 e 5.32).

Para o veículo à escala real, a redução do raio da trajetória e da corrente exigida a cada motor é mais significativa, o que reflete naturalmente as maiores dimensões do veículo (Figuras 5.34, 5.35, 5.38 e 5.39). Neste caso, mesmo com o sistema de controlo global ativo, o veículo não atinge a velocidade angular desejada, dado que a diferença é à partida maior (Figura 5.36), mas aproxima-se desse valor satisfatoriamente (Figura 5.40).



**Figura 5.25** - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo à escala 1:10)

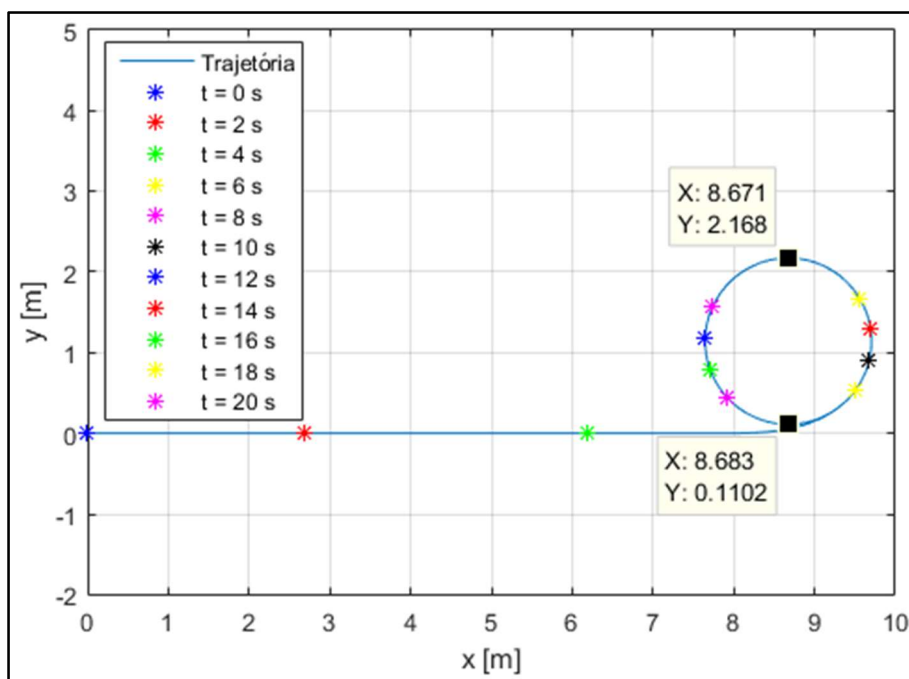


Figura 5.26 - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.25

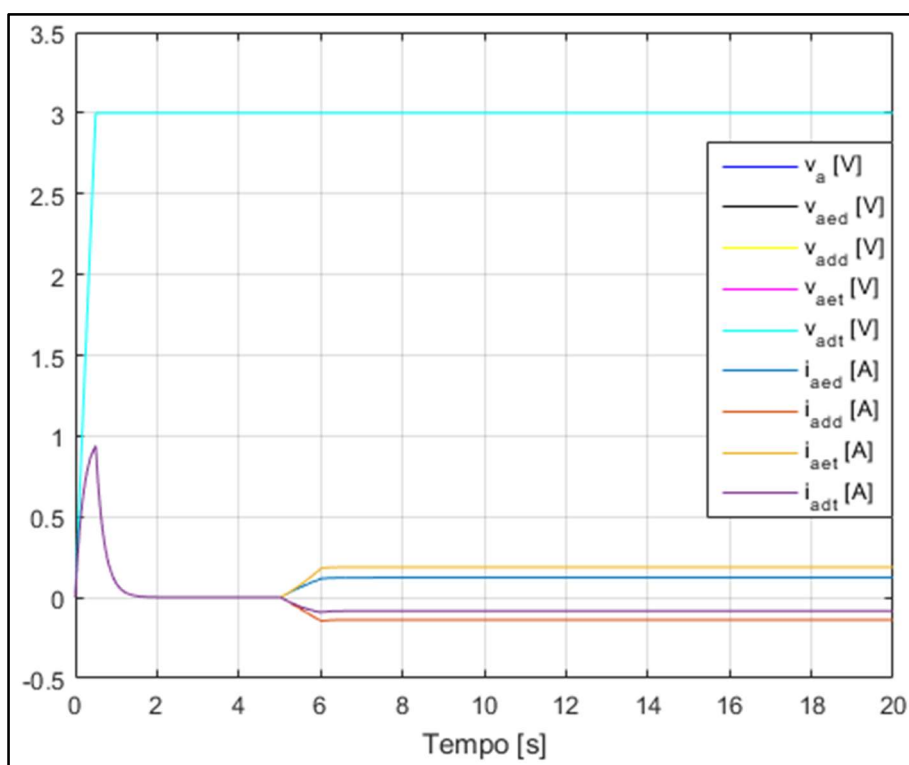
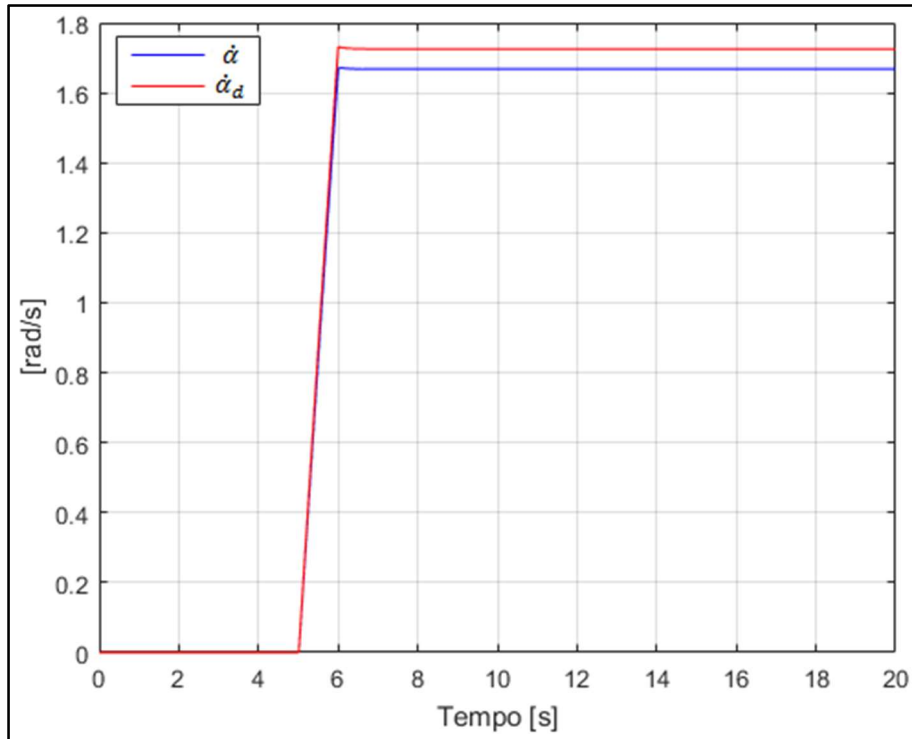
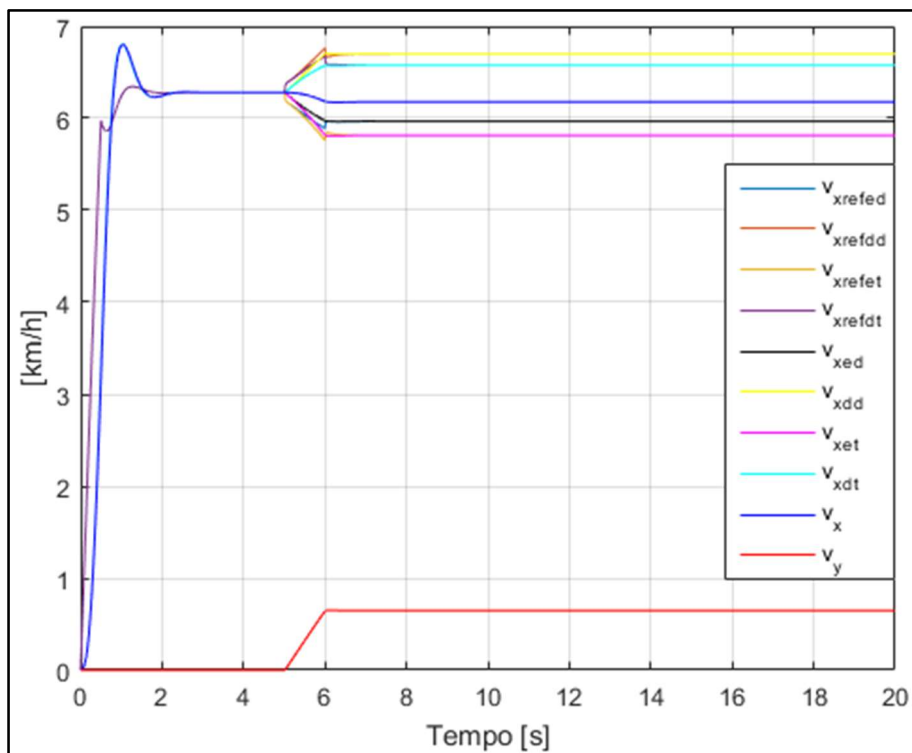


Figura 5.27 - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.25



**Figura 5.28** - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.25



**Figura 5.29** - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global ativo (modelo do veículo à escala 1:10)



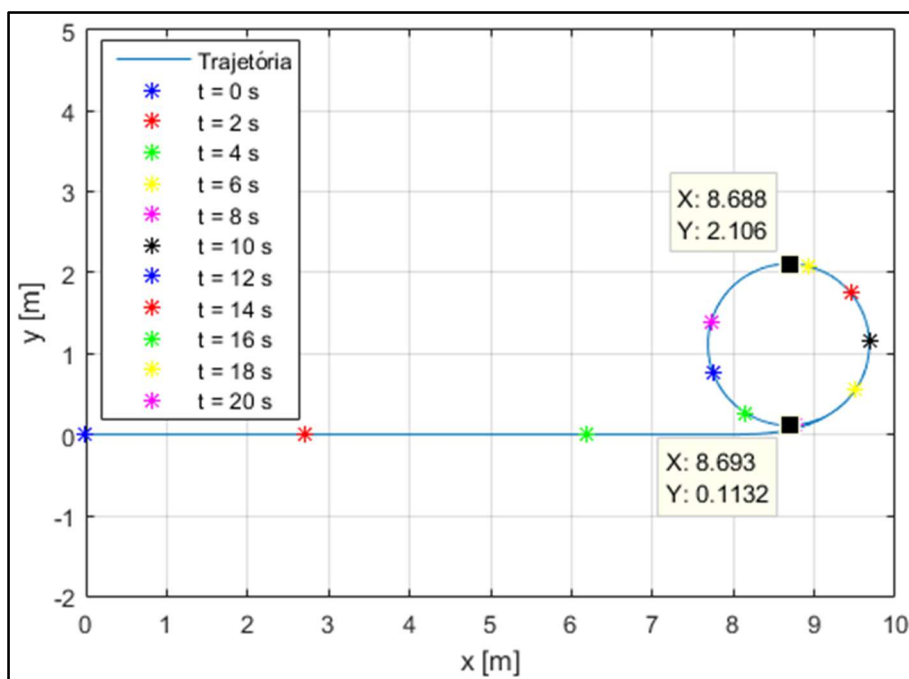


Figura 5.30 - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.29

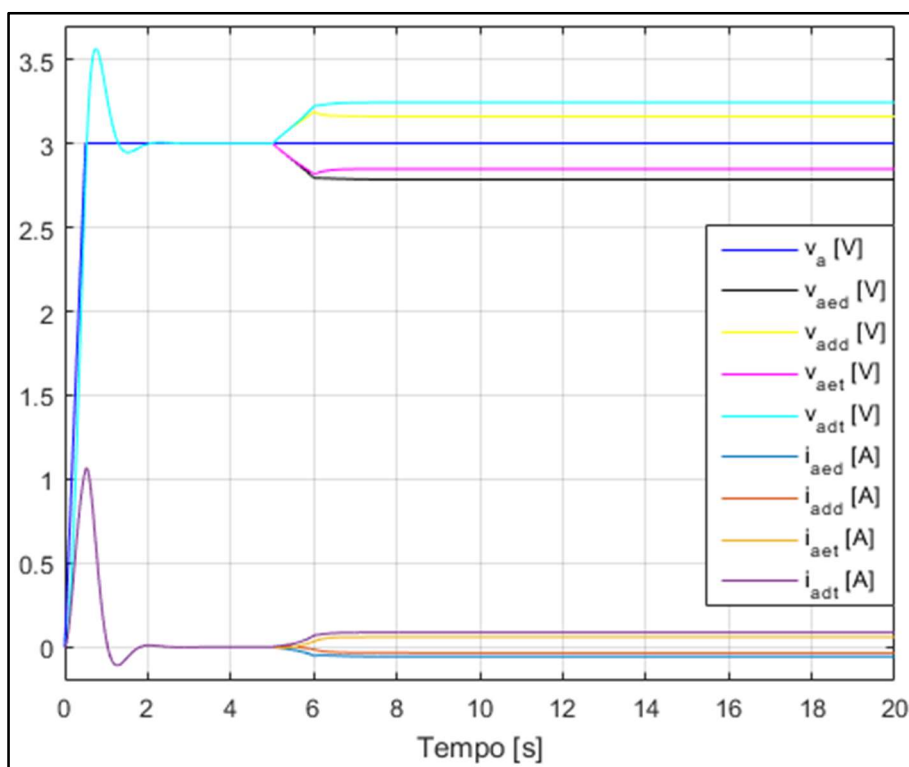


Figura 5.31 - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.29

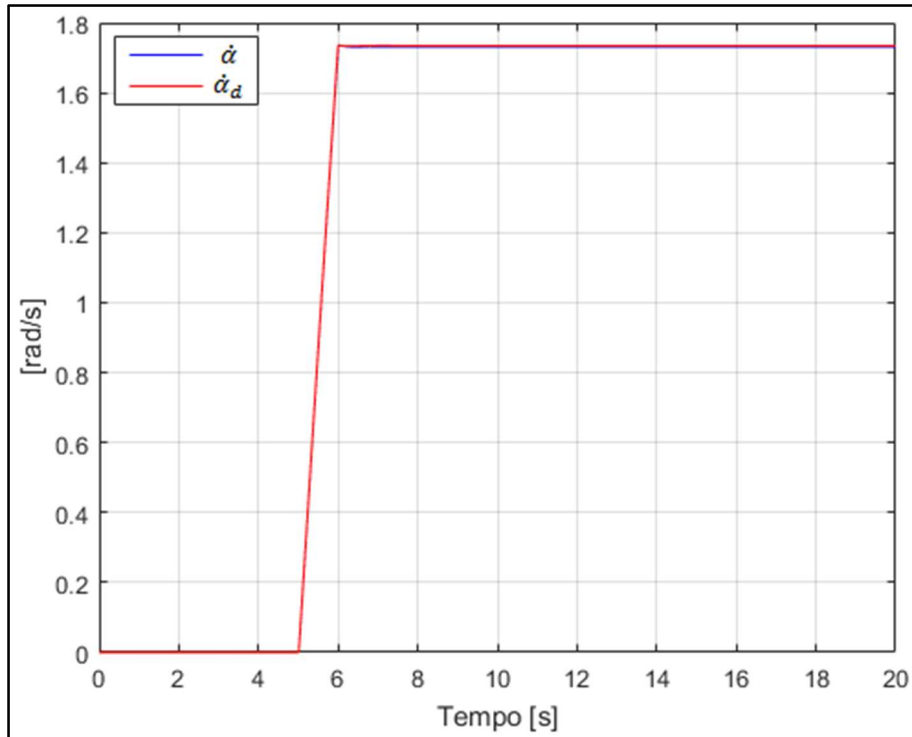


Figura 5.32 - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.29

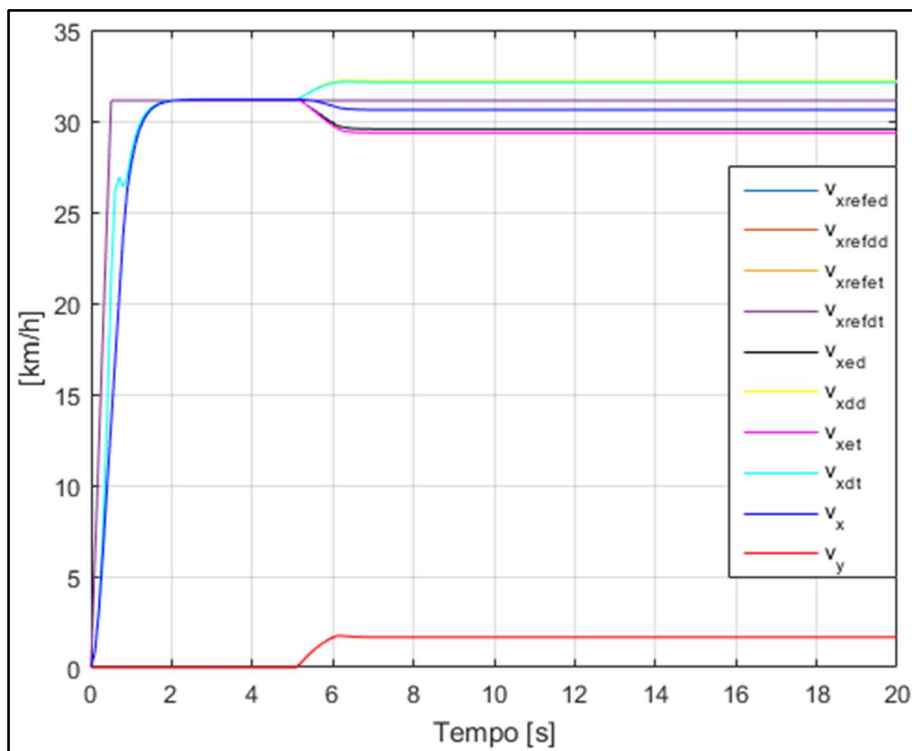


Figura 5.33 - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo real)

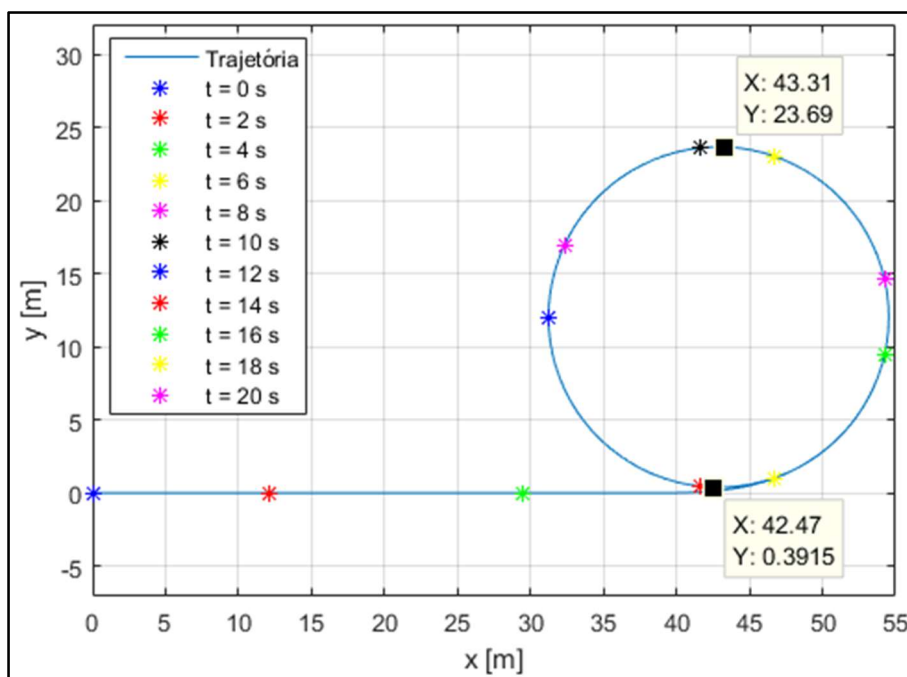


Figura 5.34 - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.33

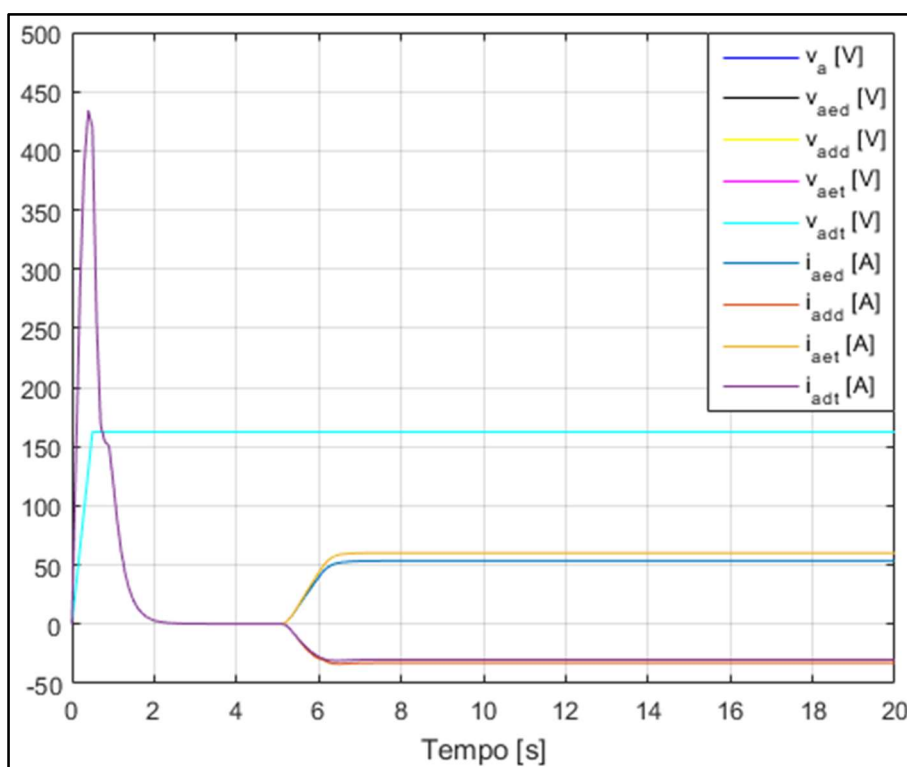
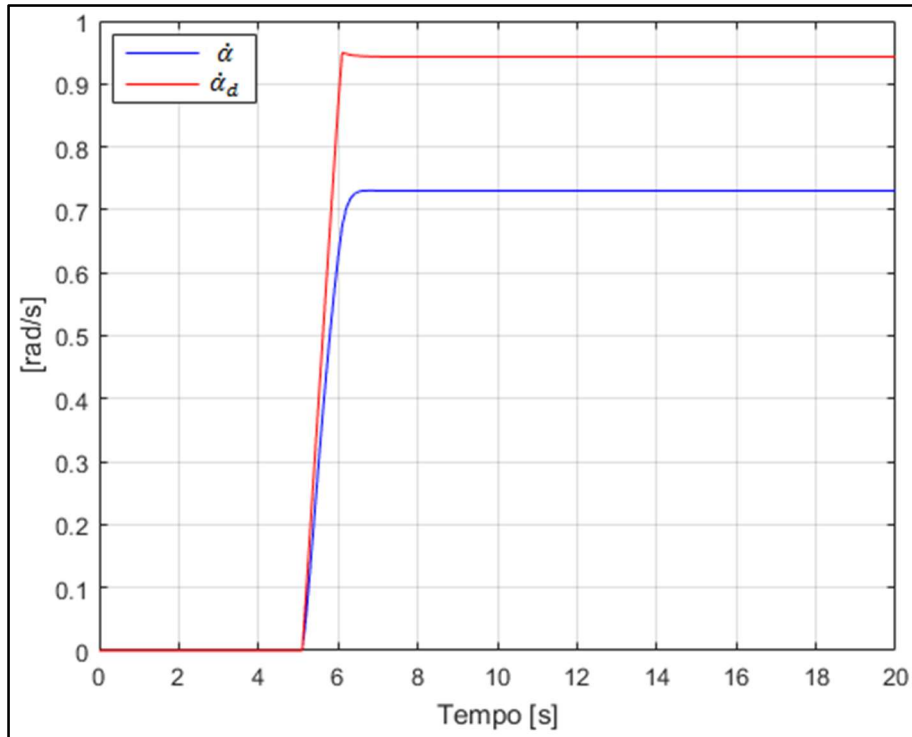
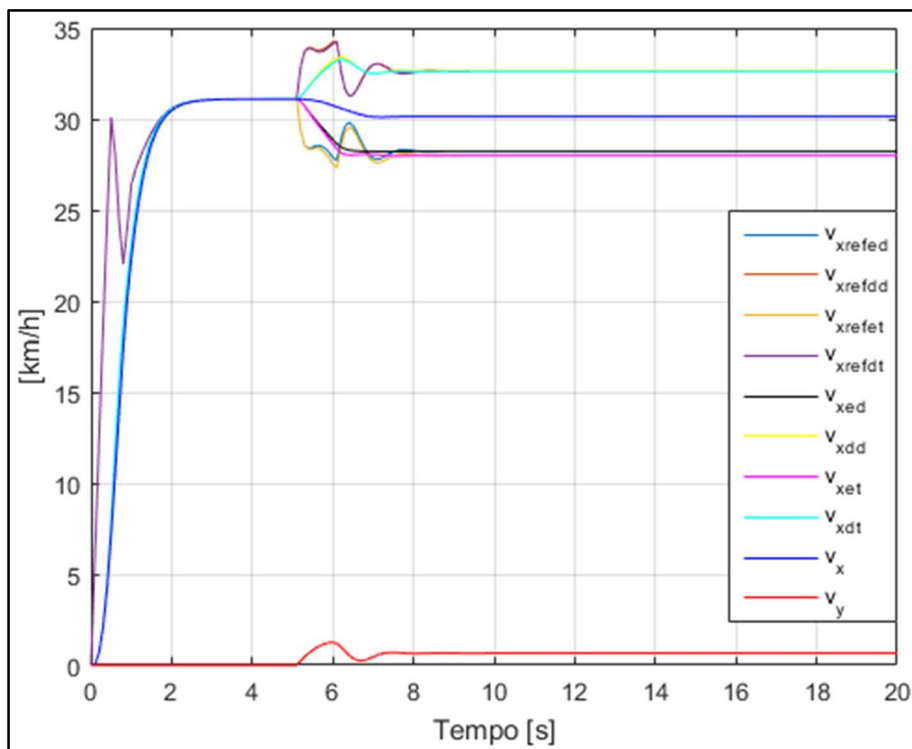


Figura 5.35 - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.33



**Figura 5.36** - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.33



**Figura 5.37** - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra circular, com o sistema de controlo global ativo (modelo do veículo real)

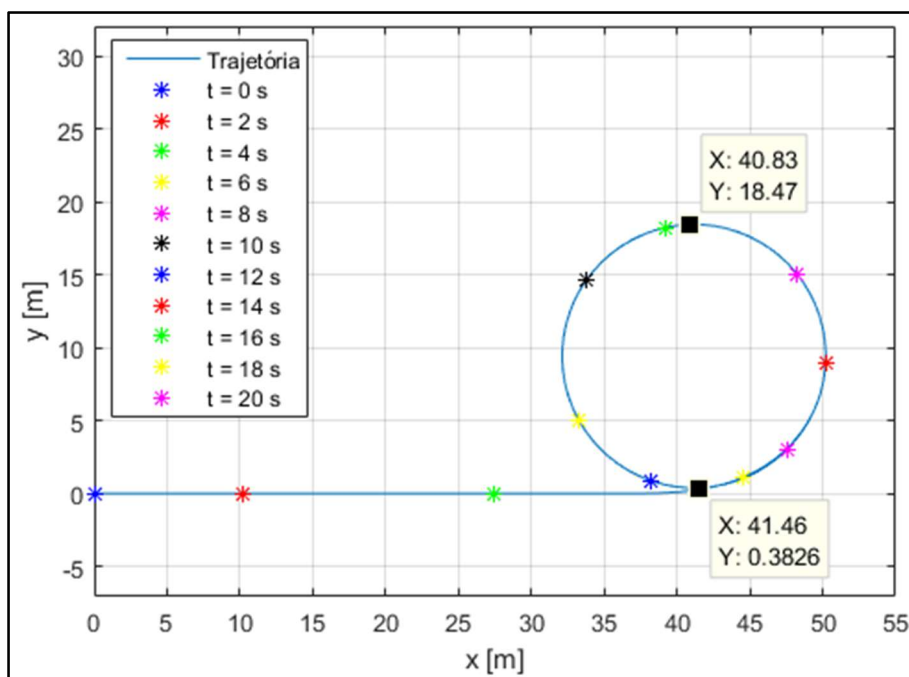


Figura 5.38 - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.37

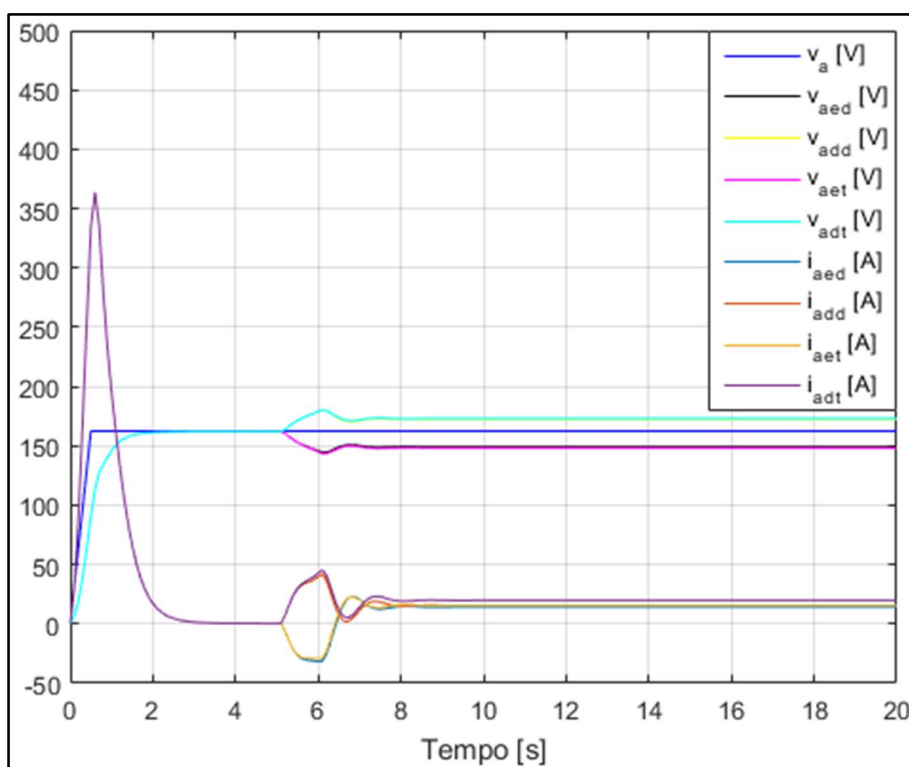
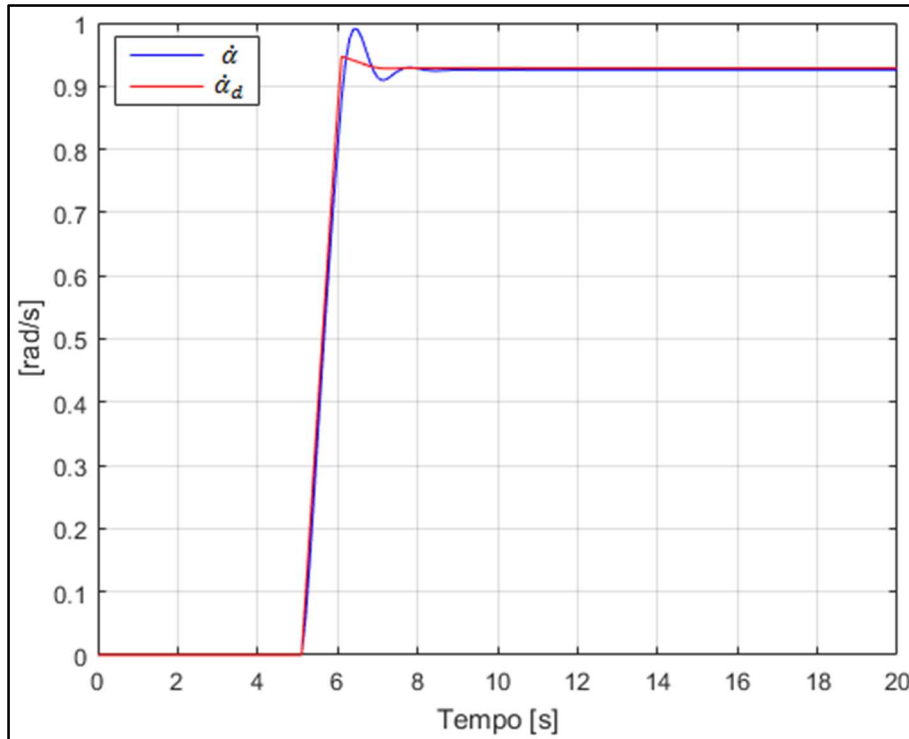


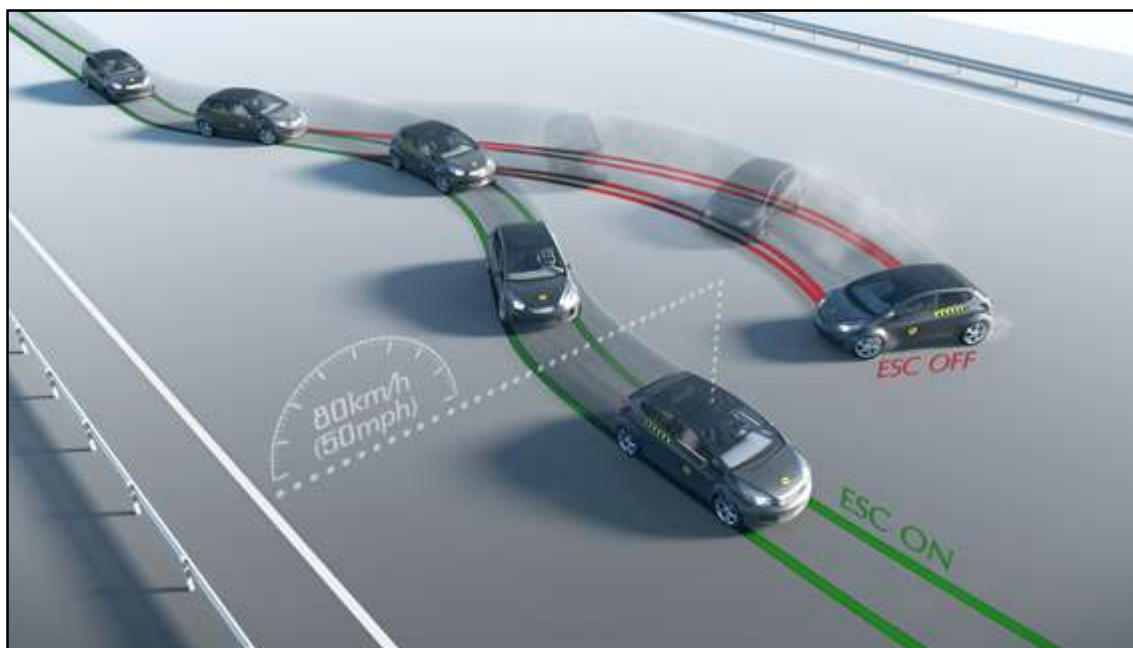
Figura 5.39 - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.37



**Figura 5.40** - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.37

### 5.4.2 Dupla mudança de faixa

Esta manobra é efetuada, geralmente, quando um obstáculo aparece inesperadamente, ou quando se ultrapassa outro veículo. Caracteriza-se por um desvio, tipicamente rápido, para uma das faixas do lado e pelo subsequente regresso à faixa de rodagem original. Se o piso tiver pouca aderência ou se a manobra for efetuada a grande velocidade, o veículo poderá perder a estabilidade e descrever uma trajetória indesejada de forma descontrolada, como é ilustrado na Figura 5.41. O papel do ESC é evitar este descontrolo ou pelo menos diminuir a sua severidade.

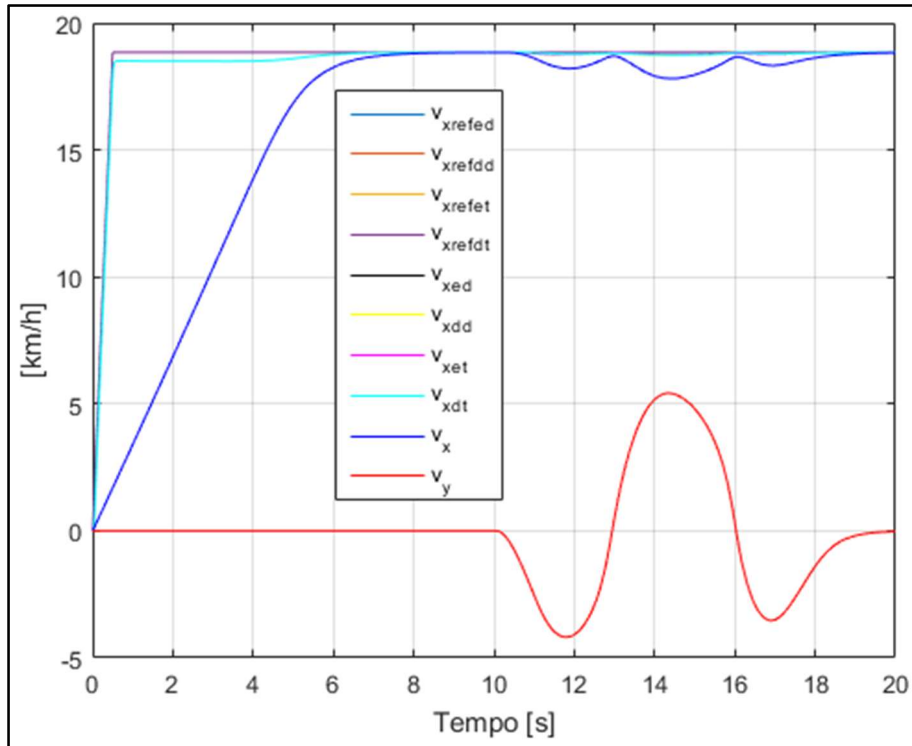


**Figura 5.41** - Ilustração da manobra de dupla mudança de faixa, com e sem ESC ativo [87]

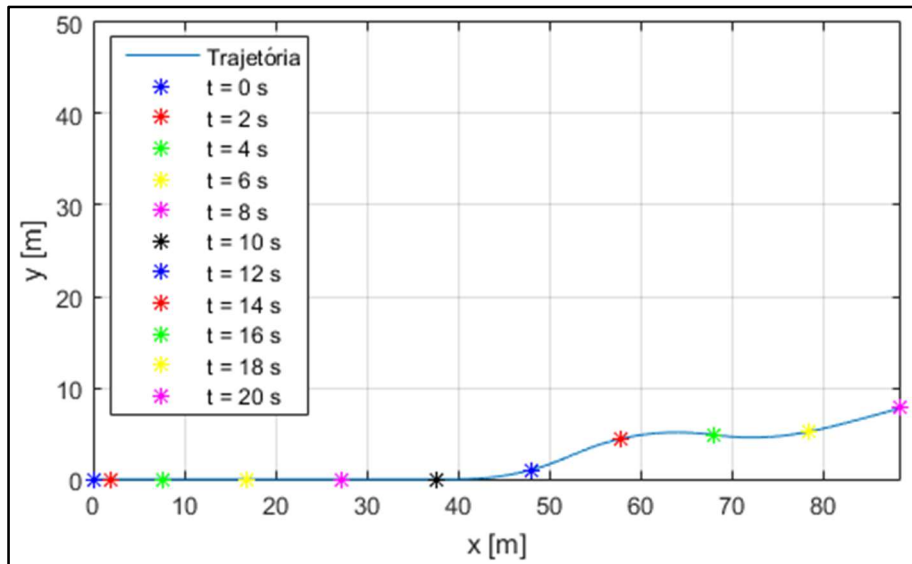
O teste da manobra de dupla mudança de faixa põe à prova o funcionamento conjunto dos três sistemas de segurança implementados e evidencia o efeito do ESC na obtenção da velocidade angular desejada do veículo. As simulações desta manobra, para ambos os veículos, são efetuadas a três quartos da velocidade máxima (aplica-se o sinal da Figura 5.1 com  $v_{al} = v_{a_{max}} \times 3/4$ ) e considerando a manobra apresentada na Figura 5.4, com um ângulo  $\theta_l = 2^\circ$ . Para o veículo de escala reduzida, consideram-se os parâmetros de interação entre os pneus e gelo. Para o veículo real, utilizam-se os parâmetros de interação entre os pneus e asfalto molhado.

Para o modelo do veículo de pequena escala, observando os gráficos respectivos à trajetória e à velocidade angular, com e sem o sistema de controlo global ativo (Figuras 5.43, 5.45, 5.47 e 5.49), confirma-se que o veículo descreve a manobra com sucesso e que a sua velocidade angular real ( $\dot{\alpha}$ ) se aproxima bastante da velocidade angular desejada ( $\dot{\alpha}_d$ ) para este manter a estabilidade (na simulação em que o sistema de controlo se encontra ativo).

Nas simulações relativas ao modelo do veículo à escala real (Figuras 5.50 a 5.57), constata-se resultados semelhantes, havendo uma melhoria da estabilidade do veículo, que é mais notada comparando os gráficos referentes à velocidade angular do veículo ( $\dot{\alpha}$ ) (Figuras 5.53 e 5.57) do que comparando os gráficos referentes à sua trajetória (Figuras 5.51 e 5.55).

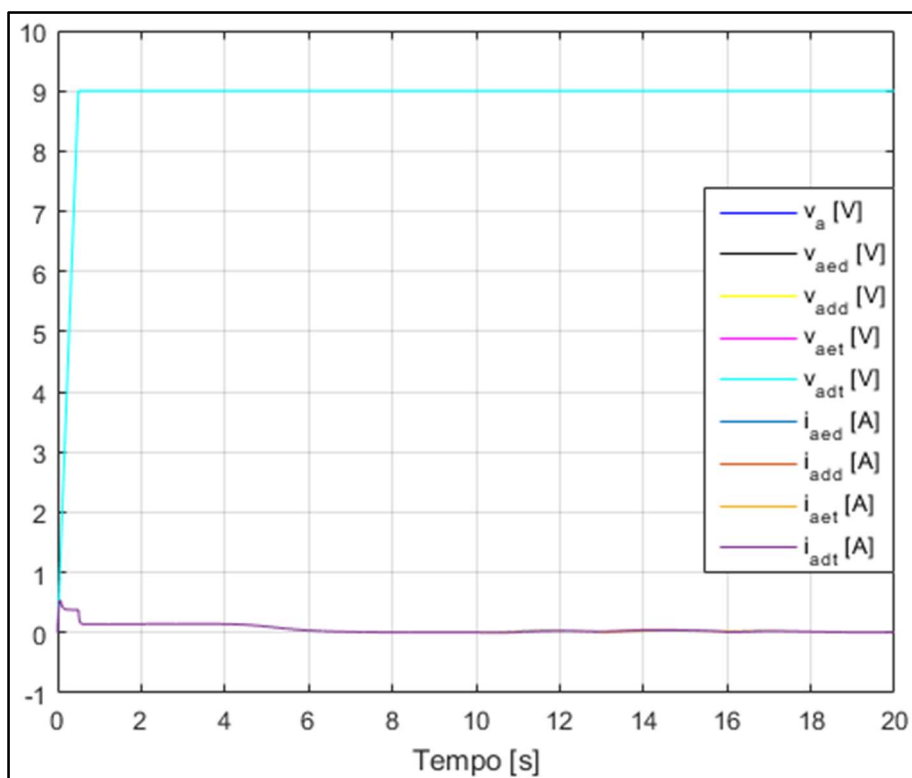


**Figura 5.42** - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo à escala 1:10)

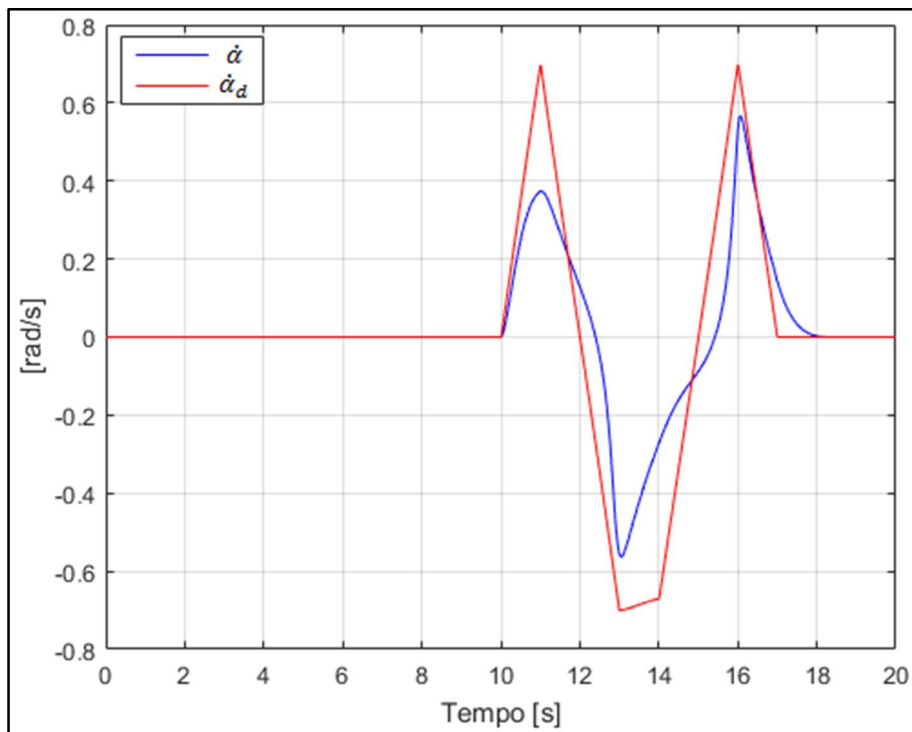


**Figura 5.43** - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.42

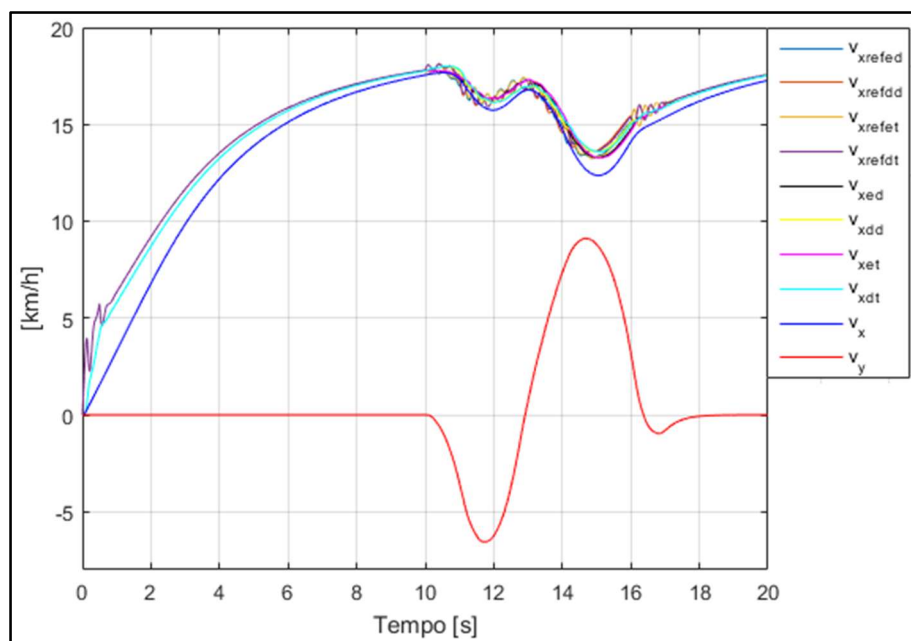




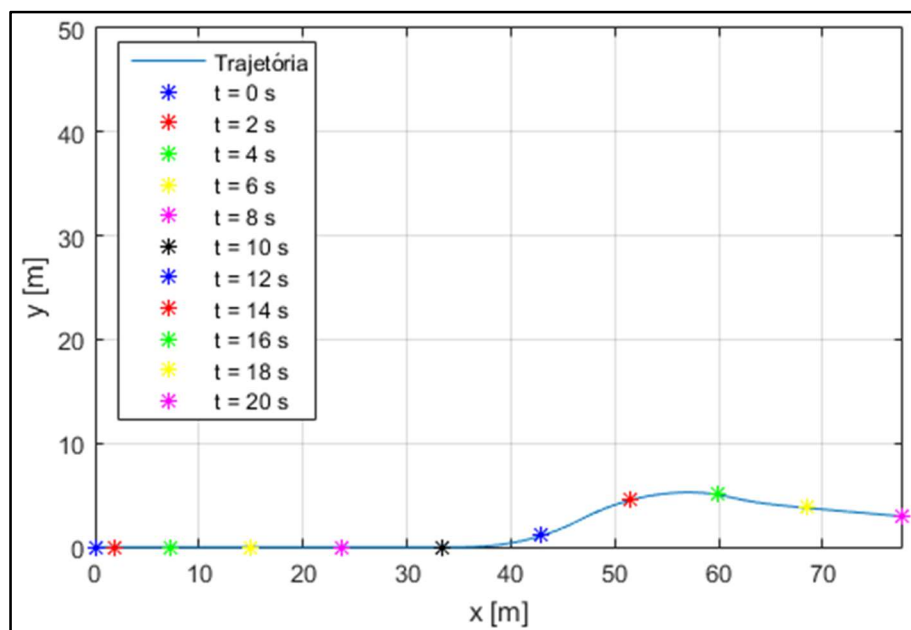
**Figura 5.44** - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.42



**Figura 5.45** - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.42



**Figura 5.46** - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controlo global ativo (modelo do veículo à escala 1:10)



**Figura 5.47** - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.46

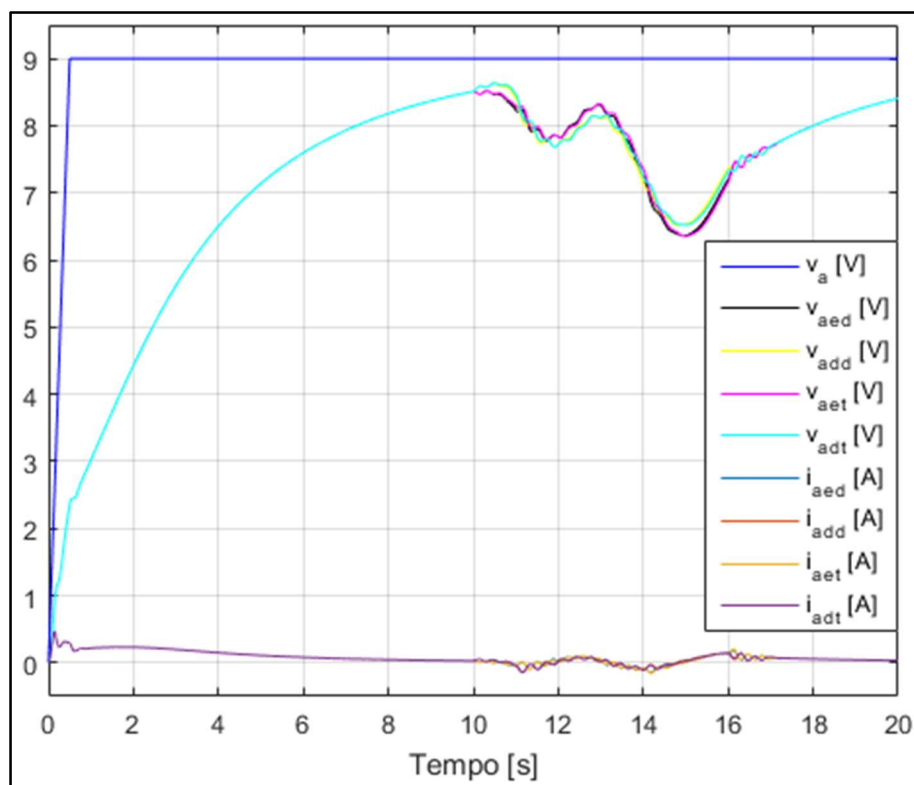


Figura 5.48 - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.46

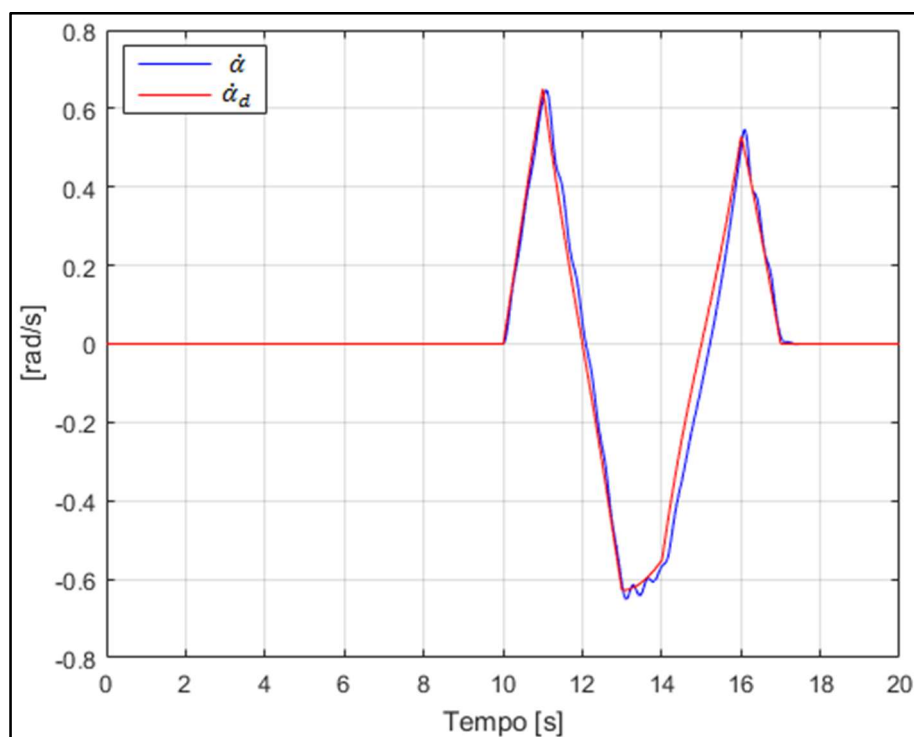
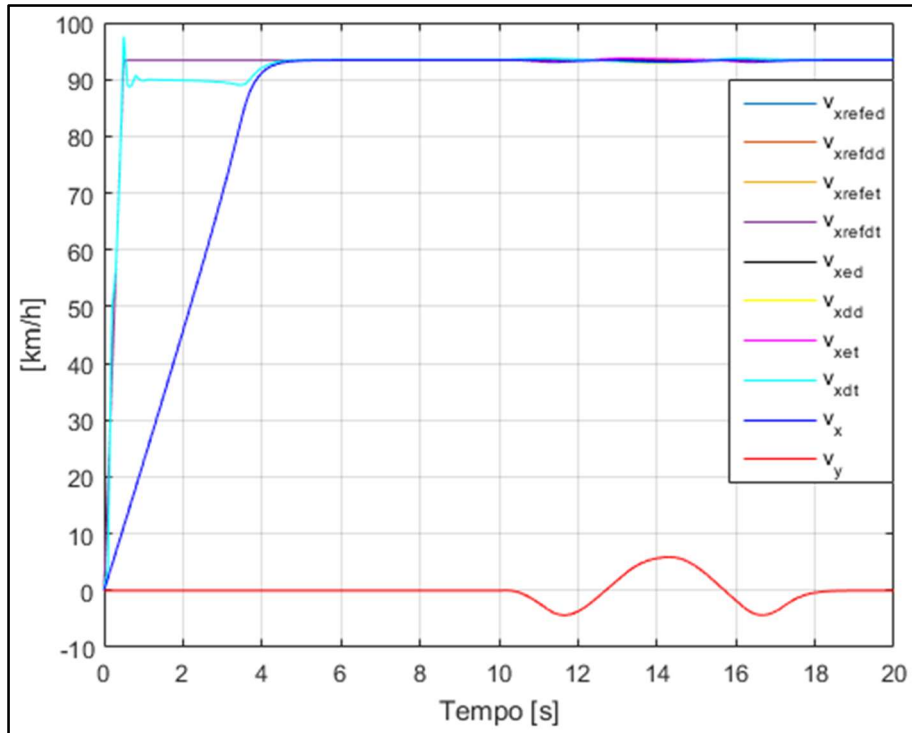
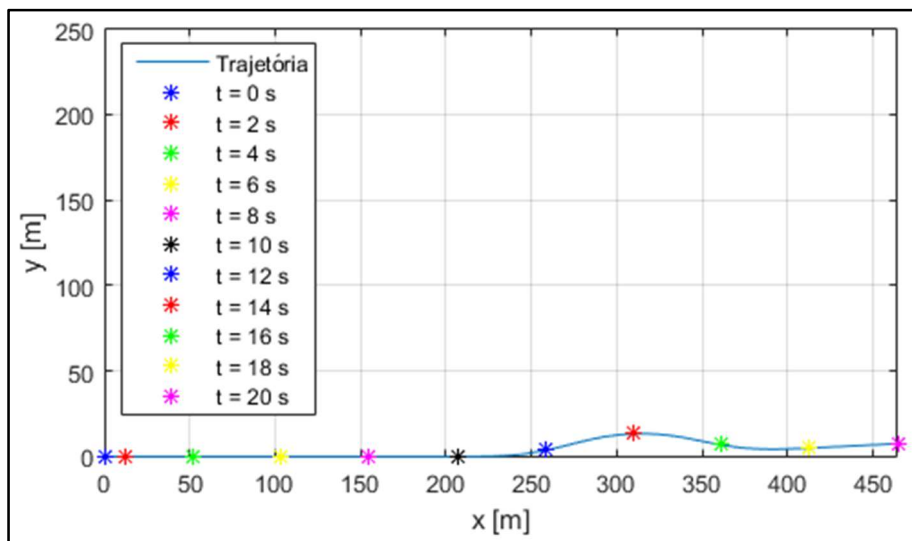


Figura 5.49 - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.46



**Figura 5.50** - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controlo global inativo (modelo do veículo real)



**Figura 5.51** - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.50

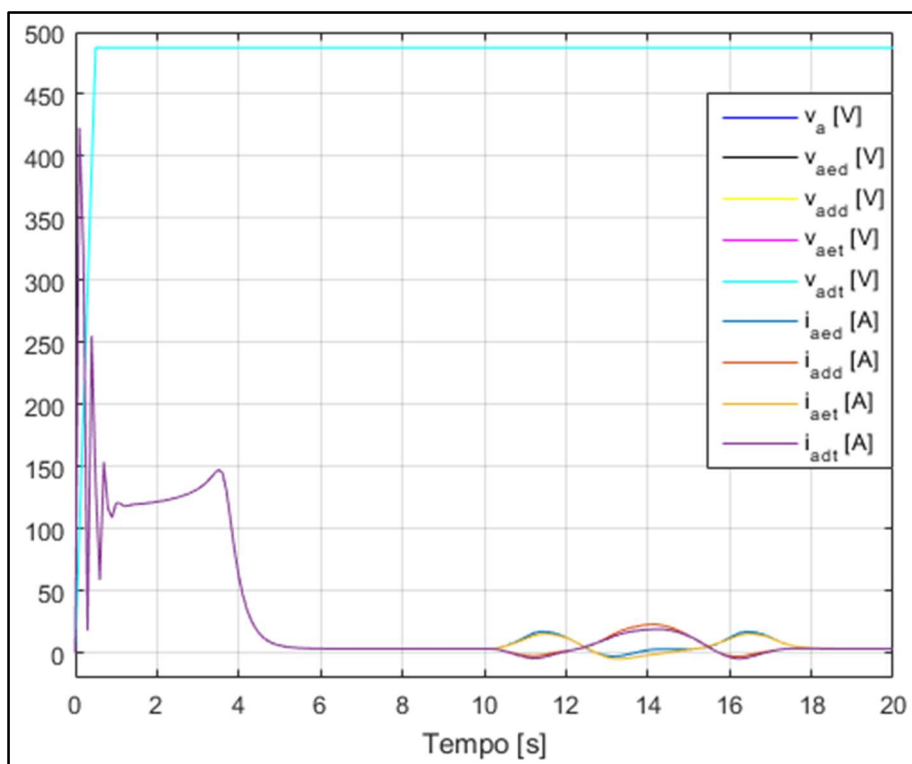


Figura 5.52 - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.50

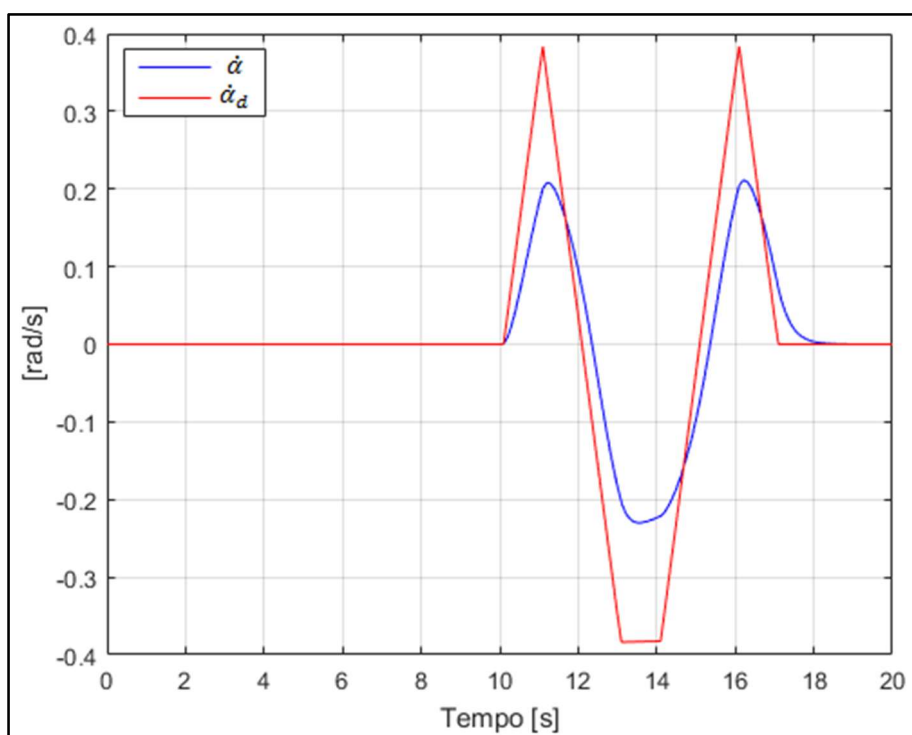
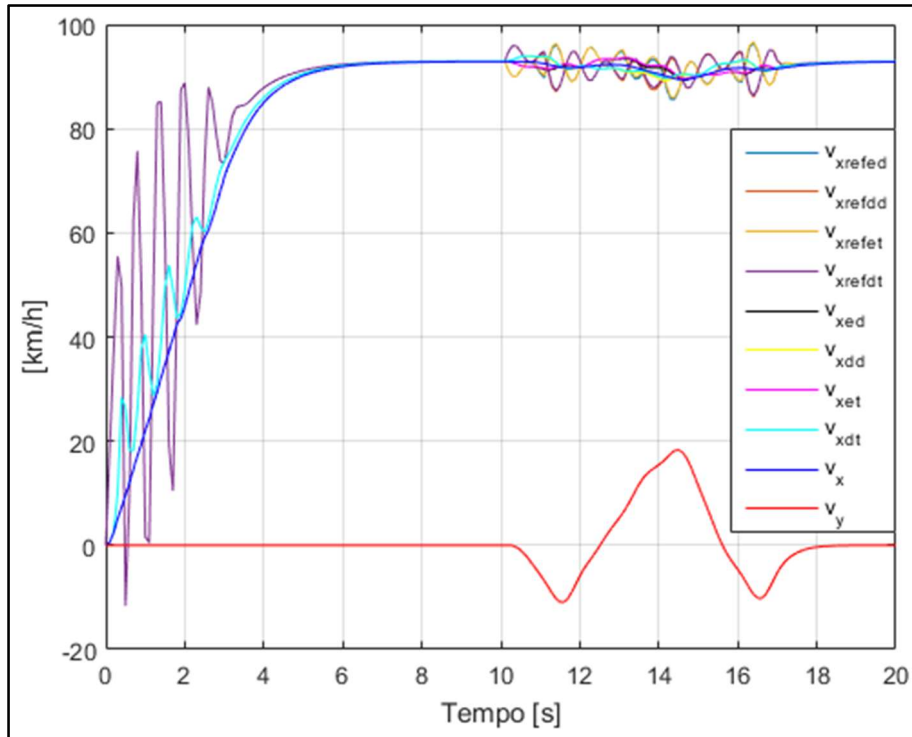
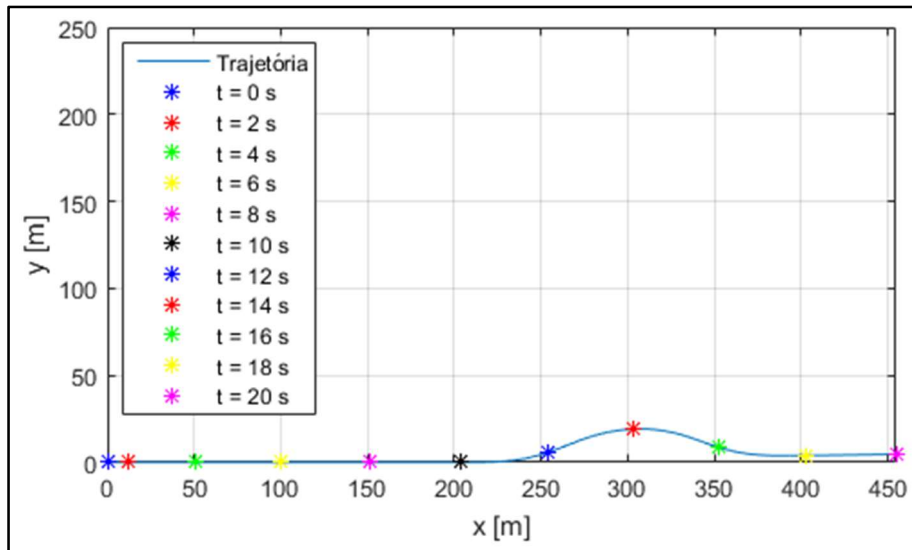


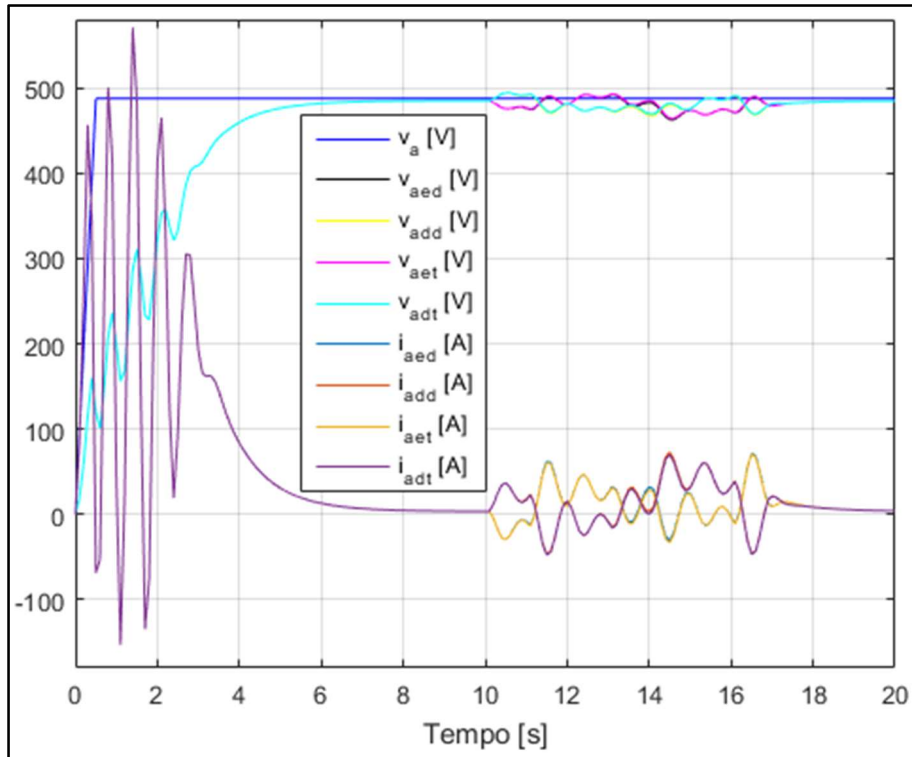
Figura 5.53 - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.50



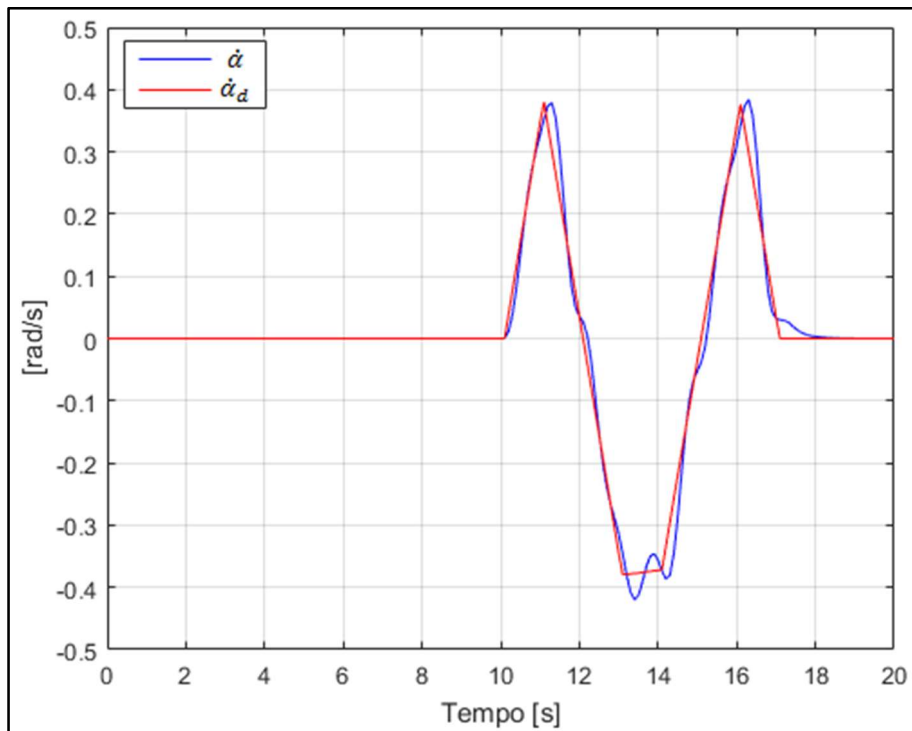
**Figura 5.54** - Respostas em velocidade das quatro rodas, à manobra de dupla mudança de faixa, com o sistema de controle global ativo (modelo do veículo real)



**Figura 5.55** - Trajetória correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.54



**Figura 5.56** - Sinais de controlo correspondentes às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.54



**Figura 5.57** - Velocidade angular do veículo correspondente às respostas em velocidade apresentadas na Figura 5.54

## 6 Conclusões

Principiando pela análise dos resultados apresentados no capítulo anterior, admite-se que os sistemas de segurança desenvolvidos cumprem o objetivo de melhoria de desempenho ao nível da manobrabilidade e da estabilidade, nas situações testadas.

O controlador de velocidade de cada roda, atuando de forma isolada ou conjunta, consegue atingir a velocidade pretendida com erro nulo. O bom funcionamento deste controlador é essencial para o sucesso do sistema global, pelo que, numa situação real, independentemente da escala do veículo, deverá ser utilizada uma tipologia de controlador conservadora, preferindo-se a garantia de não haver falhas a um melhor desempenho (relativamente ao tempo de estabelecimento e da sobrelevação). A tipologia conservadora materializa-se num controlador PI, que garante erro nulo em regime estacionário. Até o uso do controlador PID (proporcional, integrador e derivativo) deverá ser evitado, dado que a componente derivativa tem tendência a amplificar o ruído [69], sempre presente nos sinais adquiridos pelos sensores em sistemas reais, dificultando ou impossibilitando atingir o objetivo de controlo. O controlador PI em corrente e o controlador RST apresentados têm um melhor desempenho do que o controlador PI em tensão, mas o seu uso é desaconselhado em aplicações reais com elevados requisitos de segurança, dado que dependem de cálculos complexos em tempo real e, por isso, estão sujeitos a falhas esporádicas que não são admissíveis neste tipo de aplicações.

Verifica-se, por comparação com a simulação em que não está ativo, que o sistema de controlo de tração diminui o valor de pico e o valor médio do coeficiente de deslize de cada pneu, permitindo uma maior geração de força lateral, fundamental para assegurar o aumento da estabilidade e da manobrabilidade do veículo. Apesar de não estar patente nos resultados anteriores, a distância de travagem não diminui na presença do sistema de controlo de tração, uma vez que para aumentar a possível geração de força lateral, diminui-se a geração de força longitudinal. Este facto é aceitável, pois este não é objetivo deste controlador. Numa situação de estrada escorregadia, é mais útil o condutor ter a possibilidade de se desviar de um obstáculo do que diminuir a distância de travagem, porque essa redução nunca seria significativa (pelo limite físico de geração de forças dos pneus) e dificilmente evitaria o choque.

As simulações da manobra circular e da manobra de dupla mudança de faixa permitem verificar, por comparação mais uma vez, o bom funcionamento do sistema de controlo global. Relativamente à primeira manobra referida, averigua-se o efeito dos sistemas de segurança através da diminuição do raio da trajetória e da corrente dos motores elétricos, com maior diferença no caso do modelo do veículo de maiores dimensões. Constata-se em ambas o atingir da velocidade angular do veículo, ainda que de forma aproximada, e a correção da trajetória descrita pelo mesmo. Nenhum sistema de segurança garante a estabilidade do veículo em toda e qualquer condição de condução, mas sempre que a velocidade angular desejada do veículo é atingida, este critério de desempenho é garantido. É



de notar que os controladores impõem um comportamento semelhante às rodas do mesmo lado, mas não exatamente igual (a diferença aumenta proporcionalmente com o ângulo de direção).

As características do veículo são determinantes no projeto dos controladores que implementam os sistemas de segurança. A mais preponderante é a interação entre os pneus e a superfície, que leva a uma maior ou menor geração de forças. As características do pneu devem conferir-lhe um elevado coeficiente de atrito em diversas condições de estrada. De notar que esta investigação demonstra a importância de se equipar um veículo com pneus de elevada qualidade, algo muitas vezes descurado por parte dos condutores. Nesta investigação optou-se por utilizar o modelo de Pacejka nas simulações, uma vez que este modelo permite obter resultados mais realistas, dado que os veículos demonstram maior estabilidade nas manobras curvilíneas. O modelo de Dugoff é igualmente válido, mas os resultados das simulações não são tão satisfatórios, o que se deve ao facto de o modelo apresentar o pico dos coeficientes de atrito perto dos valores máximos do coeficiente de deslize e do ângulo de deslize. Outro fator importante é o momento de inércia da roda ( $J_w$ ), que deverá ser desejavelmente pequeno, de modo a que o controlador de velocidade (essencial em todo o processo de controlo, como já referido) tenha uma resposta rápida. É também de realçar o momento de inércia do veículo segundo o eixo vertical ( $J_z$ ), que condiciona a estabilidade do mesmo e que, por isso, deverá ser preferencialmente reduzido. Tendo em conta a arquitetura de controlo desenvolvida, o tempo de amostragem tem forte dependência com o momento de inércia da roda (mais propriamente com o seu tempo de resposta à mudança de velocidade). Os valores utilizados nesta dissertação são valores genéricos que facilitam a simulação em Matlab<sup>®</sup>. Numa implementação real, o valor do tempo de amostragem dependerá também dos sensores utilizados.

Os objetivos inicialmente propostos foram cumpridos, à exceção da implementação dos sistemas de segurança desenvolvidos num protótipo de reduzida escala. Ainda assim, o trabalho desenvolvido no curso desta dissertação permite dar uma primeira resposta ao problema abordado: a configuração de veículo com quatro motores elétricos controlados de forma independente é viável, do ponto de vista da implementação dos sistemas de segurança ativa. A redundância de atuadores permite uma maior flexibilidade ao sistema de controlo global, pelo que técnicas de controlo mais avançadas podem ser exploradas. A simplificação mecânica da estrutura do veículo leva a que a componente de *software* seja preponderante nos sistemas de segurança, o que acentua a flexibilidade do sistema de controlo.

Os veículos elétricos são, por razões de proteção e política ambiental, uma aposta de futuro, para manter e reforçar nos anos vindouros. Esta configuração, apesar de viável, não deverá ser a mais comum. Para tal acontecer, seria necessário melhorar ainda mais a tecnologia dos motores embutidos na roda e uma mudança de paradigma na mentalidade dos fabricantes (não experimentados no desenvolvimento de veículos com estas características).

O desafio de melhorar a estabilidade e a manobrabilidade do veículo, sem afetar o desempenho global do mesmo nem contrariar os comandos do condutor, não foi superado pelos sistemas desenvolvidos. A velocidade e a aceleração pretendidas são parcialmente negligenciadas em prol da segurança, fator muito mais importante do que o desempenho na condução quotidiana.

## **6.1 Trabalho futuro**

O trabalho desenvolvido no decorrer desta dissertação constitui o início da investigação dos sistemas de segurança ativa aplicados a veículos com quatro motores elétricos independentes. Esta é

uma investigação com um longo caminho a percorrer e que merece ser continuada, pelo que se propõe, seguidamente, um conjunto de sugestões tendo em vista o progresso da mesma.

Ao modelo do veículo poderão ser acrescentados os submodelos da suspensão de cada roda [88], das baterias elétricas que alimentam os motores [67] e do sistema mecânico de direção das rodas dianteiras. Com a inclusão do modelo da suspensão passa-se a considerar uma terceira coordenada, tornando o modelo mais real e possibilitando o estudo de transferências de carga durante as acelerações e as travagens. Todavia, o modelo atual é suficiente para estudar a dinâmica planar, sendo previsível que as simulações sejam mais precisas no caso de modelos de veículos de pequena escala, nos quais as transferências de carga são desprezáveis.

Ao nível dos algoritmos de controlo desenvolvidos também existem inúmeras melhorias que podem ser feitas. O EDS será aquele que à partida não necessitará de modificações, dado que é apenas um calculador de velocidades. O TCS pode ser melhorado ao nível do desempenho se, por exemplo, se implementar um algoritmo que em vez de tentar minimizar o deslize (como o algoritmo atual), o mantenha no valor necessário para gerar a maior força longitudinal fisicamente alcançável. Como resultado ocorreriam ligeiras melhorias na diminuição do tempo de arranque e da distância de travagem. Tal é possível, mas é desaconselhável quando o condutor pretende seguir uma trajetória não retilínea, pois diminui a geração da força lateral. Quanto ao ESC, considerando um modelo de veículo com três dimensões e características diferentes de geração de forças para os pneus traseiros e dianteiros, seria interessante estudar a possibilidade de distribuir o torque de maneira desigual entre os dois eixos [89]. Relativamente ao cálculo dos ganhos, são de ponderar técnicas de controlo mais avançadas: controlo adaptativo, lógica difusa (*fuzzy*) e calendarização dos ganhos dos controladores (*gain scheduling*).

Ao nível das condições de teste, também poderão ser abordadas inúmeras simulações diferentes das atuais, dado que o modelo desenvolvido tem flexibilidade suficiente para o permitir. É possível, por exemplo, considerar que apenas uma das rodas ou as rodas de um dos lados está sobre uma superfície escorregadia (o modelo Simulink® permite atribuir diferentes parâmetros ao modelo de pneu de cada roda) e averiguar o desempenho do TCS nesse caso. É também possível, com poucas alterações ao modelo atual, simular o desempenho de um veículo com tração a duas rodas (seja no eixo traseiro ou dianteiro), para poder fazer a comparação com o veículo atual que possui tração nas quatro rodas.

Por último, reforça-se a ideia de que a implementação futura num protótipo de pequenas dimensões é essencial para averiguar a real eficiência dos algoritmos de controlo desenvolvidos, dado que o modelo não prevê todas as características de um sistema real nem as condicionantes do meio envolvente. É de prever que o bom funcionamento dos algoritmos tenha forte dependência com a precisão dos sensores utilizados.

## A Parâmetros da fórmula mágica de Pacejka

Na referência [66] encontram-se as relações de interação entre o pneu e a superfície para dois pneus de escalas diferentes: um real e um pequeno. Nesta dissertação consideram-se apenas as características do pneu real. Analisando cada gráfico, obtêm-se vários pontos que correlacionam o coeficiente ou o ângulo de deslize com a geração de forças no eixo longitudinal ( $xx$ ) ou lateral ( $yy$ ) (gráficos apresentados nas Figuras 14 a 17 do referido documento). Por meio de um método de regressão não linear (*lsqnonlin*) fornecido pelo Matlab®, encontram-se os parâmetros da fórmula mágica de Pacejka. O código utilizado é exposto *infra*.

**magic\_formula\_parameters.m:**

```
close all; clc

rng default

% Fórmula mágica de Pacejka:
%  $y(x) = D \cdot \sin(C \cdot \text{atan}(B \cdot x - E \cdot (B \cdot x - \text{atan}(B \cdot x))))$ 
%  $y(x) = D \cdot \cos(C \cdot \text{atan}(B \cdot x))$ ;

alfa = -pi/2:0.01:pi/2; % Ângulo de deslize
sigma = -1:0.01:1;      % Coeficiente de deslize

%  $u_x(\text{sigma}), \text{alfa} = 0$ 
xdata = [0.0000 0.0500 0.1000 0.2400 0.5000 0.9900];
ydata = [0.0000 0.7500 0.9500 1.0820 1.0500 0.9940];

f = @(x) (x(3)*sin(x(2)*atan(x(1)*xdata-x(4)*(x(1)*xdata-
atan(x(1)*xdata)))))-ydata;

x0 = [13,1.4,1,0.7]; % Estimativa inicial
x = lsqnonlin(f,x0); % Vetor de coeficientes
x1 = x;

y = (x(3)*sin(x(2)*atan(x(1)*sigma-x(4)*(x(1)*sigma-atan(x(1)*sigma)))));

figure(1)
plot(xdata,ydata,'b*',sigma,y,'r')
legend('Data','Best fit')
xlabel('coeficiente de deslize')
ylabel('u_x')
```

```

% ux(alfa), sigma = 0.2
xdata = [-90.0000 -89.0000 -80.0000 -60.0000 -40.0000 -20.0000 0.0000
20.0000 40.0000 60.0000 80.0000 89.0000 90.0000]*(pi/180);
ydata = [ 0.0000 0.0030 0.0500 0.1000 0.3000 0.7500 1.0780
0.7500 0.3000 0.1000 0.0500 0.0030 0.0000]/1.0780; % sigma = 0

f = @(x) (x(3)*cos(x(2)*atan(x(1)*xdata)))-ydata;

x0 = [2.5,1,1]; % Estimativa inicial
x = lsqnonlin(f,x0); % Vetor de coeficientes
x2 = x;

y = x(3)*cos(x(2)*atan(x(1)*alfa));

figure(2)
plot(xdata,ydata,'b*',alfa,y,'r')
legend('Data','Best fit')
xlabel('Ângulo de delize')
ylabel('u_x')

% uy(alfa), pneu real, sigma = 0
xdata = [0.0000 10.0000 23.0000 89.0000]*(pi/180);
ydata = [0.0000 0.9500 1.0560 0.9920];

f = @(x) (x(3)*sin(x(2)*atan(x(1)*xdata-x(4)*(x(1)*xdata-
atan(x(1)*xdata)))))-ydata;

x0 = [10,0.5,1,1]; % Estimativa inicial
x = lsqnonlin(f,x0); % Vetor de coeficientes
x3 = x;

y = (x(3)*sin(x(2)*atan(x(1)*alfa-x(4)*(x(1)*alfa-atan(x(1)*alfa)))));

figure(5)
plot(xdata,ydata,'b*',alfa,y,'r')
legend('Data','Best fit')
xlabel('Ângulo de deslize')
ylabel('u_y')

% uy(sigma), alfa = 20 graus
xdata = [-0.9900 -0.8000 -0.6000 -0.4000 -0.2000 0.0000 0.2000 0.4000
0.6000 0.8000 0.9900];
ydata = [ 0.3396 0.3500 0.3900 0.5000 0.7000 1.0530 0.7000 0.5000
0.3900 0.3500 0.3396]/1.0530; % alfa = 0

f = @(x) (x(3)*cos(x(2)*atan(x(1)*xdata)))-ydata;

x0 = [0.5,0.5,0]; % Estimativa inicial
x = lsqnonlin(f,x0); % Vetor de coeficientes
x4 = x;

y = x(3)*cos(x(2)*atan(x(1)*sigma));

figure(4)
plot(xdata,ydata,'b*',sigma,y,'r')
legend('Data','Best fit')

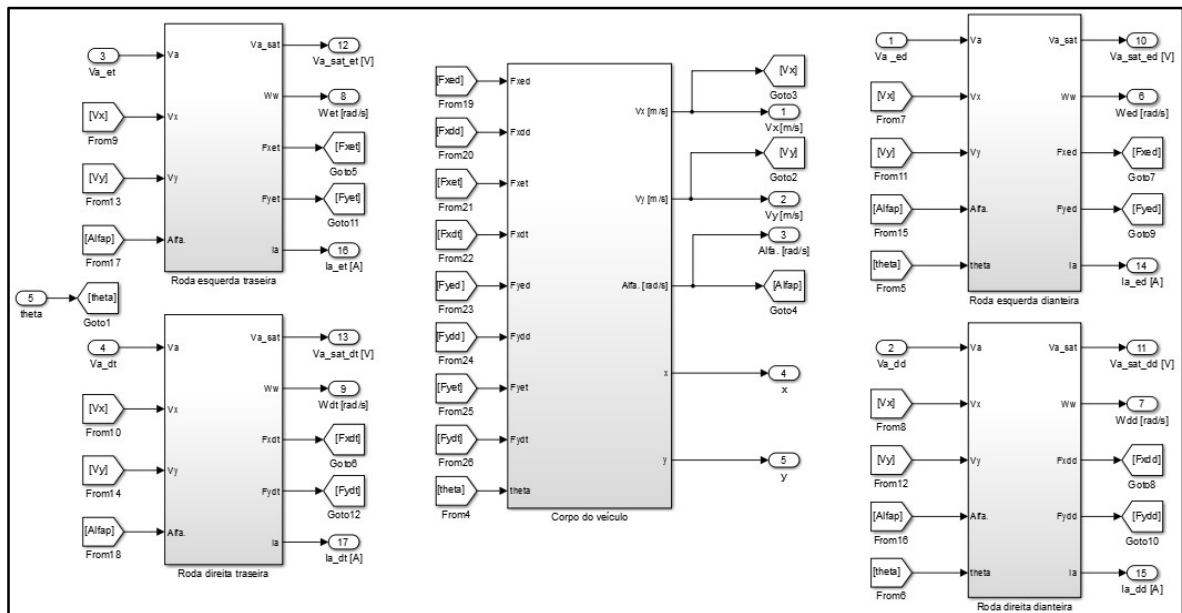
```

```
xlabel('Coeficiente de deslize')  
ylabel('u_y')
```

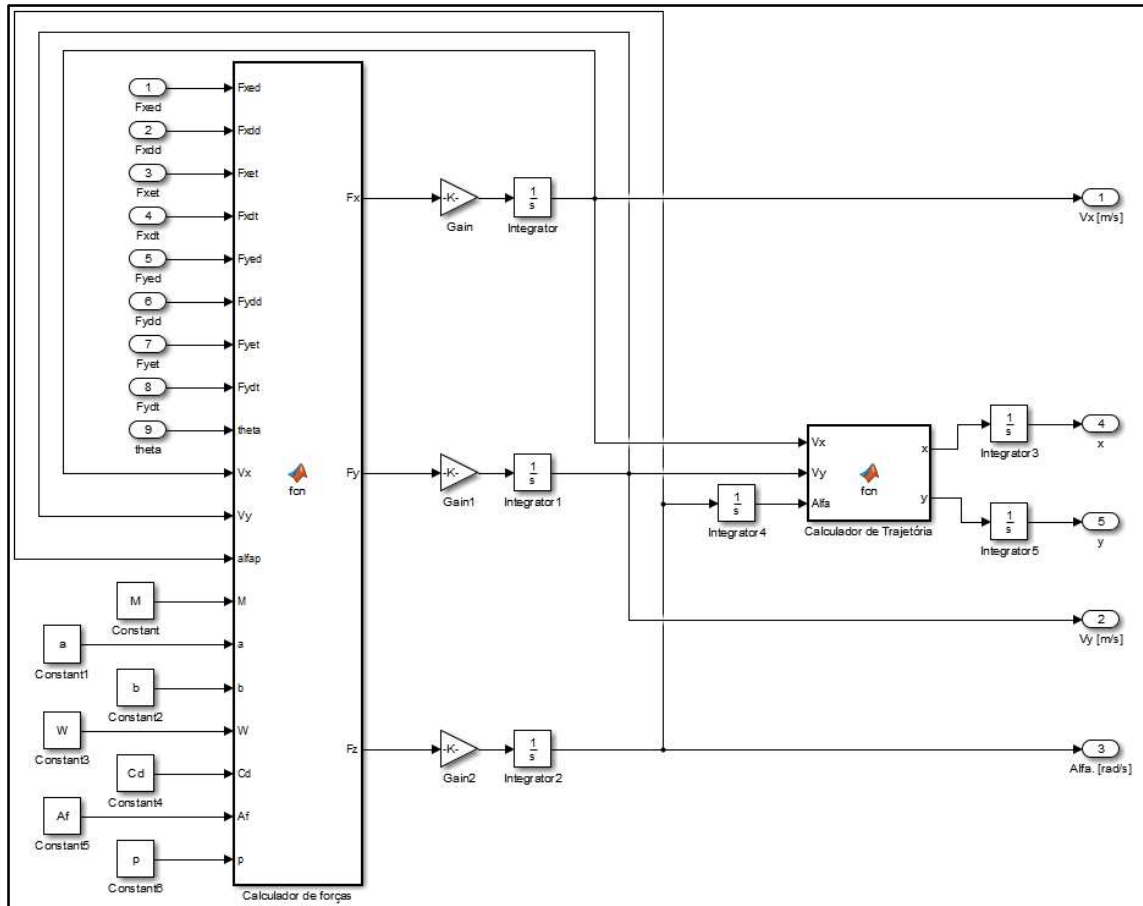
```
x1  
x2  
x3  
x4
```

## B Modelo Simulink®

`four_wheels_model_complete_dynamics.mdl`:



**Figura B.1** - Modelo Simulink® do veículo com quatro motores elétricos



**Figura B.2** - Submodelo: corpo do veículo

ID do integrador	Condição inicial
0	$10^{-10}$
1	0
2	0
3	0
4	$x_0$
5	$y_0$

**Tabela B.1** - Condições iniciais dos integradores do submodelo da Figura B.2

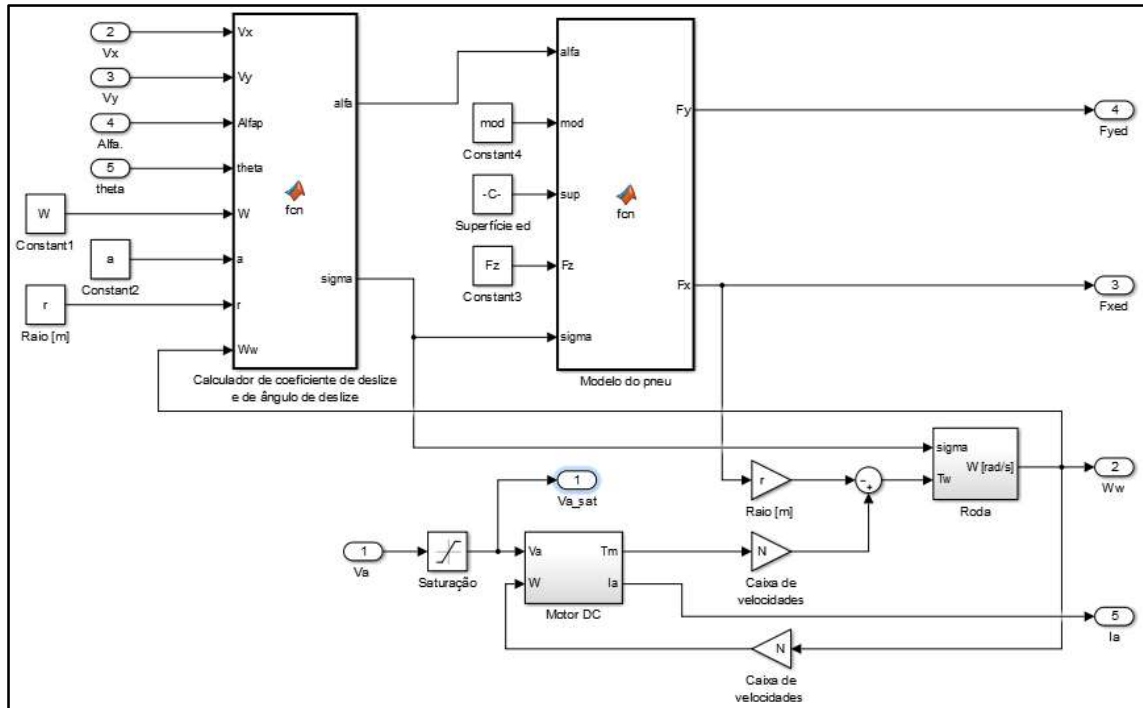


Figura B.3 - Submodelo: roda esquerda dianteira

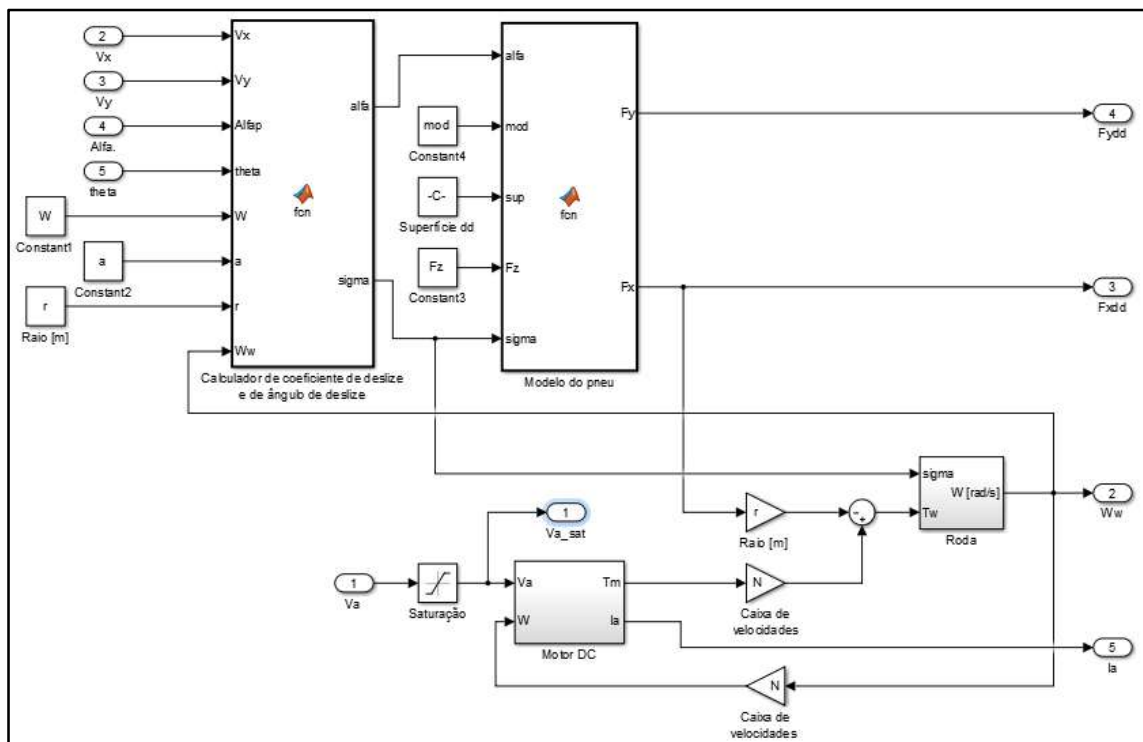


Figura B.4 - Submodelo: roda direita dianteira



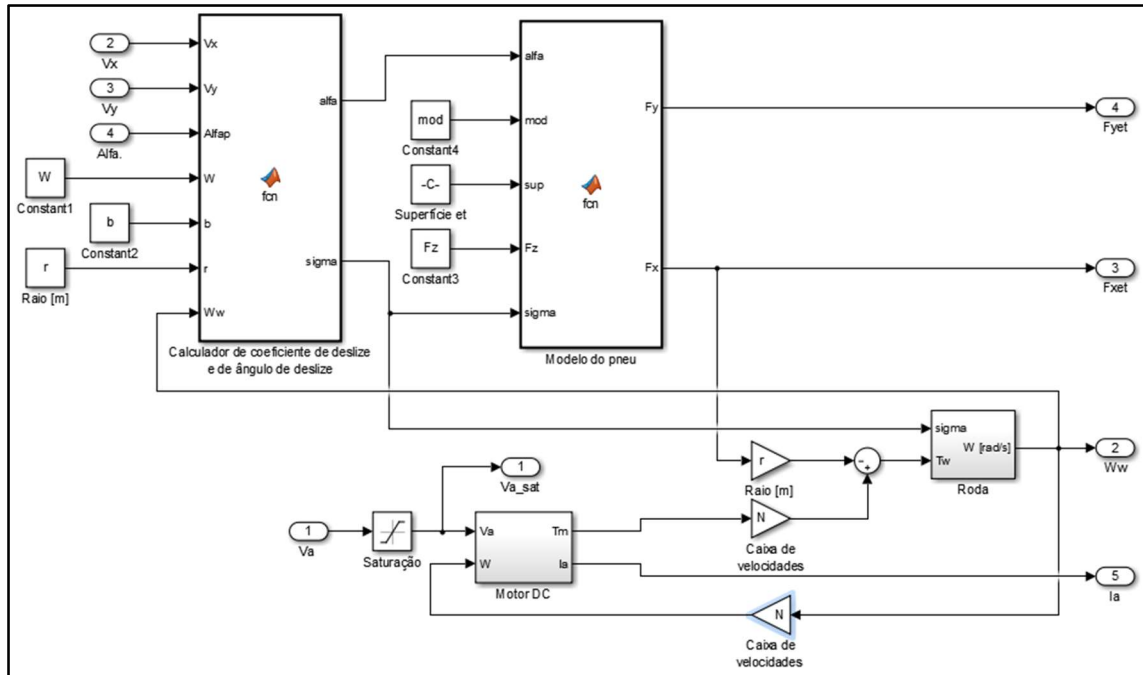


Figura B.5 - Submodelo: roda esquerda traseira

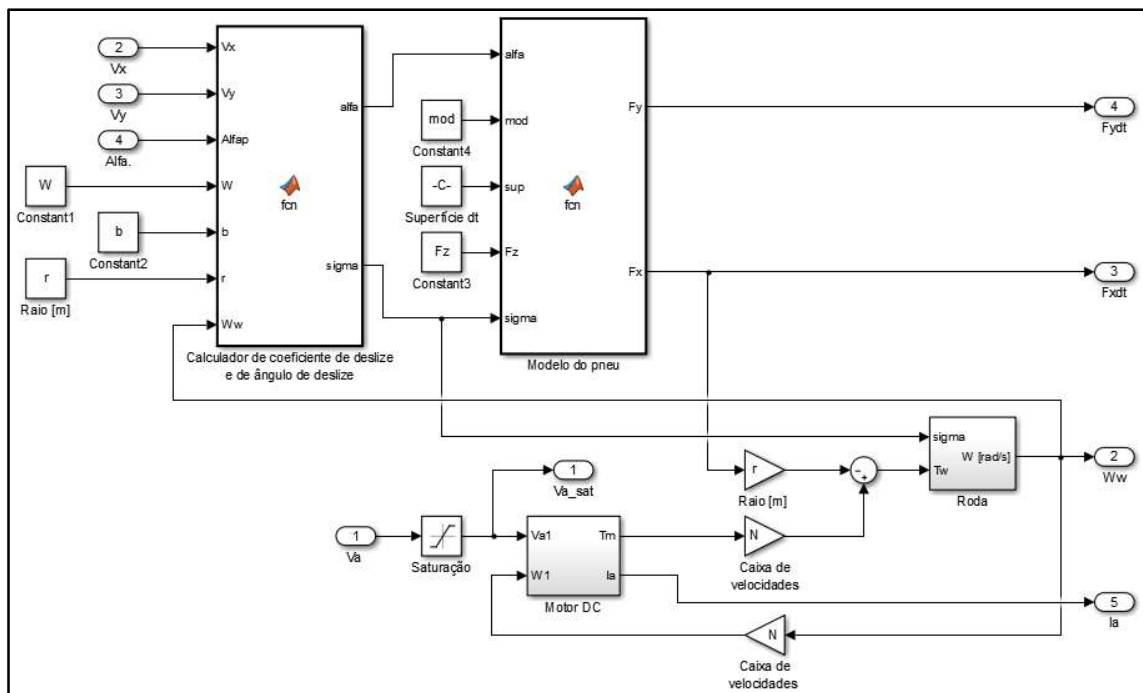


Figura B.6 - Submodelo: roda direita traseira

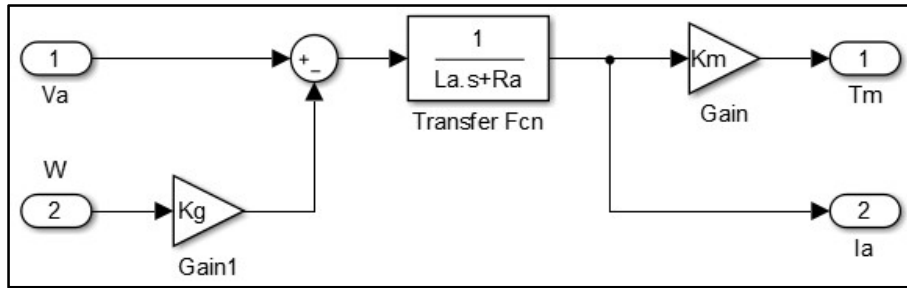


Figura B.7 - Submodelo: motor elétrico

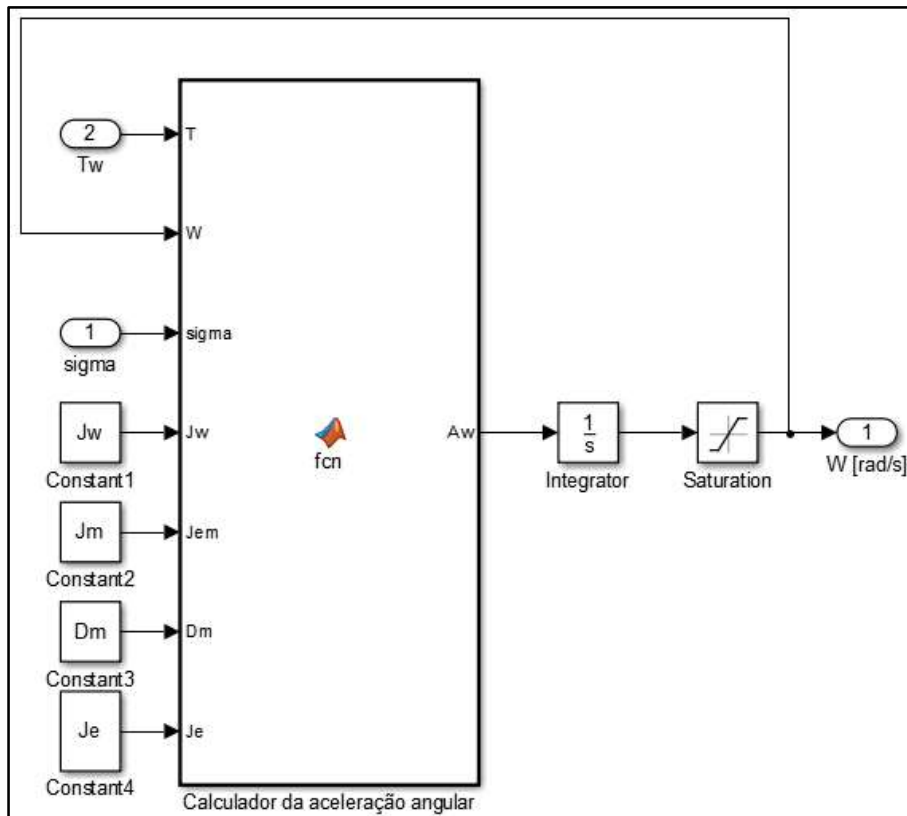


Figura B.8 - Submodelo: roda (Condição inicial do integrador: 0)

#### Corpo do veículo/Calculador de forças:

```
function [Fx,Fy,Fz] =
fcn(Fxed,Fxdd,Fxet,Fxdt,Fyed,Fydd,Fyet,Fydt,theta,Vx,Vy,alfap,M,a,b,W,Cd,
Af,p)
```

```
Fx = (Fxed+Fxdd)*cos(theta) + Fxet+Fxdt - (Fyed+Fydd)*sin(theta) +
M*alfap*Vy - 0.5*p*Cd*Af*Vx^2;
```

```
Fy = (Fxed+Fxdd)*sin(theta) + Fyet+Fydt + (Fyed+Fydd)*cos(theta) -
M*alfap*Vx;
```

```

    Fz = a*( (Fxed+Fxdd)*sin(theta) + (Fyed+Fydd)*cos(theta) ) -
b*(Fyet+Fydt) + W/2*( (Fxdd-Fxed)*cos(theta) + (Fyed-Fydd)*sin(theta) +
Fxd - Fxet );

```

```

end

```

#### **Corpo do veículo/Calculador de trajetória:**

```

function [x,y] = fcn(Vx,Vy,Alfa)

    x = Vx*cos(Alfa) - Vy*sin(Alfa);

    y = Vx*sin(Alfa) + Vy*cos(Alfa);

```

```

end

```

#### **Roda esquerda dianteira/Calculador de coeficiente de deslize e de ângulo de deslize:**

```

function [alfa,sigma] = fcn(Vx,Vy,Alfap,theta,W,a,r,Ww)

    Vw = (Vx - W/2*Alfap)*cos(theta) + (Vy + a*Alfap)*sin(theta);

    sigma = (r*Ww-abs(Vw))/(max(r*Ww,abs(Vw)));

    if(sigma < -1)
        sigma = -1;
    end

    if(sigma > 1)
        sigma = 1;
    end

    alfa = theta - atan((Vy+a*Alfap)/(Vx-W/2*Alfap));

```

```

end

```

#### **Roda esquerda dianteira/Calculador de coeficiente de deslize e de ângulo de deslize:**

```

function [alfa,sigma] = fcn(Vx,Vy,Alfap,theta,W,a,r,Ww)

    Vw = (Vx + W/2*Alfap)*cos(theta) + (Vy + a*Alfap)*sin(theta);

    sigma = (r*Ww-abs(Vw))/(max(r*Ww,abs(Vw)));

    if(sigma < -1)
        sigma = -1;
    end

    if(sigma > 1)
        sigma = 1;
    end

    alfa = theta - atan((Vy+a*Alfap)/(Vx+W/2*Alfap));

```

```
end
```

**Roda esquerda traseira/Calculador de coeficiente de desliz e de ângulo de desliz:**

```
function [alfa,sigma] = fcn(Vx,Vy,Alfap,W,b,r,Ww)
```

```
Vw = Vx - W/2*Alfap;
```

```
sigma = (r*Ww-abs(Vw)) / (max(r*Ww,abs(Vw)));
```

```
if(sigma < -1)  
    sigma = -1;
```

```
end
```

```
if(sigma > 1)  
    sigma = 1;
```

```
end
```

```
alfa = - atan((Vy-b*Alfap)/(Vx-W/2*Alfap));
```

```
end
```

**Roda direita traseira/Calculador de coeficiente de desliz e de ângulo de desliz:**

```
function [alfa,sigma] = fcn(Vx,Vy,Alfap,W,b,r,Ww)
```

```
Vw = Vx + W/2*Alfap;
```

```
sigma = (r*Ww-abs(Vw)) / (max(r*Ww,abs(Vw)));
```

```
if(sigma < -1)  
    sigma = -1;
```

```
end
```

```
if(sigma > 1)  
    sigma = 1;
```

```
end
```

```
alfa = - atan((Vy-b*Alfap)/(Vx+W/2*Alfap));
```

```
end
```

**Modelo do pneu:**

```
function [Fy,Fx] = fcn(alfa,mod,sup,Fz,sigma)
```

```
Fx = 0;
```

```
Fy = 0;
```

```
if(mod == 1)      % Modelo de pneu de Pacejka
```

```

% Coeficientes da fórmula mágica de Paceijka
Bx1 = sup(1,1);
Cx1 = sup(1,2);
Dx1 = sup(1,3);
Ex1 = sup(1,4);

Bxa = sup(2,1);
Cxa = sup(2,2);
Dxa = sup(2,3);

Bya = sup(3,1);
Cya = sup(3,2);
Dya = sup(3,3);
Eya = sup(3,4);

Byl = sup(4,1);
Cyl = sup(4,2);
Dyl = sup(4,3);

% Fórmula mágica
uxl = Dx1*sin(Cx1*atan(Bx1*sigma-Ex1*(Bx1*sigma-
atan(Bx1*sigma)))));
uxa = Dxa*cos(Cxa*atan(Bxa*alfa));

uya = Dya*sin(Cya*atan(Bya*alfa-Eya*(Bya*alfa-atan(Bya*alfa)))));
uyl = Dyl*cos(Cyl*atan(Byl*sigma));

Fx = uxl*uxa*Fz;
Fy = uyl*uya*Fz;

end

if(mod == 2)      % Modelo de pneu de Dugoff

    u = sup(1,1);
    Cl = sup(1,2);
    Ca = sup(1,3);

    lambda = u*Fz*(1+sigma)/(2*sqrt((Cl*sigma)^2+(Ca*tan(alfa))^2));

    if(sigma == -1)
        Fx = -u*Fz;
        Fy = 0;
    else
        Fx_ul = Cl*sigma/(1+sigma);
        Fy_ul = Ca*tan(alfa)/(1+sigma);

        if(lambda >= 1)
            Fx = Fx_ul;
            Fy = Fy_ul;
        else
            u_ul = sqrt(Fx_ul^2+Fy_ul^2)/Fz;
            Fx =
u*Fz*(Cl*sigma)/(sqrt((Cl*sigma)^2+(Ca*tan(alfa))^2))*(1-u/(4*u_ul));
            Fy =
u*Fz*(Ca*tan(alfa))/(sqrt((Cl*sigma)^2+(Ca*tan(alfa))^2))*(1-u/(4*u_ul));

```

```

        end
    end

end

end

Roda/Aceleração angular:
function Aw = fcn(T,W,sigma,Jw,Jem,Dm,Je)

    Aw = (T-Dm*W) / (Jw+Jem+Je*(1-abs(sigma)));

end

```

## C Código Matlab®

### 4\_wheel\_motored\_electric\_vehicle.m:

```
tic

close all; clear all; clc;

warning('off','all')

% Parâmetros globais
s = tf('s'); % Domínio de Laplace (tempo contínuo)
z = tf('z'); % Domínio de Z (tempo discreto)
g = 9.8065; % Aceleração gravítica [m/s^2]
p = 1.225; % Densidade volúmica do ar em condições NTP [kg/m^3]

% 1 - Veículo real, 2 - Veículo à escala 1:10
car = 1;

if car == 1
    h = 0.1; % Período de amostragem [s]
    % Parâmetros do carro
    M = 1400; % Massa do veículo [Kg]
    a = 1.1800; % Distância entre o eixo dianteiro e o centro de massa [m]
    b = 1.1800; % Distância entre o eixo traseiro e o centro de massa [m]
    L = a + b; % Distância entre o eixo dianteiro e o eixo traseiro [m]
    W = 1.3650; % Largura dos eixos [m]
    Jz = 2520; % Momento de inércia do eixo de rotação (zz) [kg.m^2]
    Fz = M*g/4; % Força normal sobre cada roda [N]
    N = 5; % Caixa de velocidades
    Cd = 0.35; % Coeficiente aerodinâmico do veículo
    Af = 1.82; % Área frontal do veículo
    Kv = 0.19; % Ganho proporcional que reflete a relação da velocidade
    angular e a tensão aplicada ao motor
    % Parâmetros da roda
    r = 0.28; % Raio do roda [m]
    Jw = 0; % Momento de inércia da roda [N.m/(rad/s^2)]
    % Parâmetros do motor
    Ra = 0.16; % Resistência [Ohm]
    La = 11e-3; % Indutância [H]
    Km = 1.05; % Constante de torque do motor [N.m/A]
    Kg = 1.05; % Constante da força contraelectromotriz [V/(rad/s)]
    Jm = 0.4258; % Momento de inércia do motor [N.m/(rad/s^2)]
    Dm = 0; % Constante de atrito dinâmico do motor [N.m/(rad/s)]
    Va_min = 0; % Nível de saturação inferior do sinal de controlo [V]
```

```

    Va_max = 650; % Nível de saturação superior do sinal de controle [V]
    % Inércia equivalente no eixo
    Je = M/4*r^2; % Momento de inércia equivalente do veículo no eixo da
roda [kg.m^2]
    Jem = Jm*N^2; % Momento de inércia equivalente do motor no eixo da
roda [kg.m^2]
    J = Jem + Jw + Je; % Momento de inércia total no eixo da roda [kg.m^2]
    % Controlador PI de velocidade em tensão
    Control_mode = 1; % 1 - PI (tensão)
    Ki = 1;
    Kp = 1;
end

if car == 2
    h = 0.01; % Período de amostragem [s]
    % Parâmetros do carro
    M = 1; % Massa do veículo [Kg]
    a = 0.1295; % Distância entre o eixo dianteiro e o centro de massa [m]
    b = 0.1295; % Distância entre o eixo traseiro e o centro de massa [m]
    L = a + b; % Distância entre o eixo dianteiro e o eixo traseiro [m]
    W = 0.1210; % Largura dos eixos [m]
    Jz = 0.0028; % Momento de inércia do eixo de rotação (zz) [kg.m^2]
    Fz = M*g/4; % Força normal sobre cada roda [N]
    N = 5; % Caixa de velocidades
    Cd = 0; % Coeficiente aerodinâmico do veículo
    Af = 0; % Área frontal do veículo
    Kv = 18.1713; % Ganho proporcional que reflete a relação da velocidade
angular e a tensão aplicada ao motor
    % Parâmetros da roda
    r = 0.032; % Raio da roda [m]
    Jw = 25e-6; % Momento de inércia da roda [N.m/(rad/s^2)]
    % Parâmetros do motor
    Ra = 1.17; % Resistência [Ohm]
    La = 0.58e-3; % Indutância [H]
    Km = 0.011; % Constante de torque do motor [N.m/A]
    Kg = 0.011; % Constante da força contraelectromotriz [V/(rad/s)]
    Jm = 1.62e-6; % Momento de inércia do motor [N.m/(rad/s^2)]
    Dm = 1.34e-6; % Constante de atrito dinâmico do motor [N.m/(rad/s)]
    Va_min = 0; % Nível de saturação inferior do sinal de controle [V]
    Va_max = 12; % Nível de saturação superior do sinal de controle [V]
    % Inércia equivalente no eixo
    Je = M/4*r^2; % Momento de inércia equivalente do veículo no eixo da
roda [kg.m^2]
    Jem = Jm*N^2; % Momento de inércia equivalente do motor no eixo da
roda [kg.m^2]
    J = Jem + Jw + Je; % Momento de inércia total no eixo da roda [kg.m^2]
    % Controlador PI de velocidade em tensão
    Control_mode = 1; % 1 - PI (tensão), 2 - PI (corrente), 3 - RST
(tensão)
    Qsi = sqrt(2)/2; % Relação de amortecimento ótimo
    fn = 1; % Frequência natural [Hz]
    Ki = (2*pi*fn)^2*J;
    Kp = 2*Qsi*(2*pi*fn)*J-Dm;
    fn_i = 20;
    Ki_i = 2*pi*fn_i*Ra;
    Kp_i = Ki_i*La/Ra;
end

```



```

% Parâmetros da interação pneu-estrada
% Pneu real
uxl = [10.00, 1.90, 1.00, 0.97;    % 1 - Asfalto seco
       12.00, 2.30, 0.82, 1.00;    % 2 - Asfalto molhado
       5.00, 2.00, 0.30, 1.00;    % 3 - Neve
       4.00, 2.00, 0.10, 1.00]; % 4 - Gelo
uxa = [ 2.56, 1.19, 1.00, 0.00]; % Dependência do coeficiente de atrito
longitudinal com o ângulo de deslize

uya = [ 9.93, 0.86, 1.43, 1.03;    % 1 - Asfalto seco
       9.92, 0.74, 1.33, 1.03;    % 2 - Asfalto molhado
       10.00, 0.37, 0.93, 1.03;    % 3 - Neve
       10.00, 0.14, 0.82, 1.03]; % 4 - Gelo
uyl = [ 7.19, 0.88, 1.00, 0.00]; % Dependência do coeficiente de atrito
lateral com o coeficiente de deslize

% Condições da estrada
sup = 1;    % Superfície: 1, 2, 3 ou 4
mod = 1;    % Modelo de pneu: 1 - fórmula mágica de Pacejka, 2 - modelo de
Dugoff

if(mod == 1)
    ux = uxl(sup,:);
    uy = uya(sup,:);

    sup_ed = [ux; uxa; uy; uyl]; % Superfície em que se encontra a roda
esquerda dianteira
    sup_dd = [ux; uxa; uy; uyl]; % Superfície em que se encontra a roda
direita dianteira
    sup_et = [ux; uxa; uy; uyl]; % Superfície em que se encontra a roda
esquerda traseira
    sup_dt = [ux; uxa; uy; uyl]; % Superfície em que se encontra a roda
direita traseira
end

if(mod == 2)
    u_max = uxl(sup,3);    % Valor máximo do coeficiente de atrito
    Cs = uxl(sup,1)*uxl(sup,2)*uxl(sup,3);    % Cl = BCD;
    Ca = uya(sup,1)*uya(sup,2)*uya(sup,3);    % Ca = BCD;
    vazio = zeros(1,4);

    sup_ed = [u_max, Cs, Ca, 0; vazio; vazio; vazio];    % Superfície em
que se encontra a roda esquerda dianteira
    sup_dd = [u_max, Cs, Ca, 0; vazio; vazio; vazio];    % Superfície em
que se encontra a roda direita dianteira
    sup_et = [u_max, Cs, Ca, 0; vazio; vazio; vazio];    % Superfície em
que se encontra a roda esquerda traseira
    sup_dt = [u_max, Cs, Ca, 0; vazio; vazio; vazio];    % Superfície em
que se encontra a roda direita traseira
end

Cat = uya(sup,1)*uya(sup,2)*uya(sup,3);    % Ca = BCD;
Cad = Cat;

% Parâmetros da fórmula mágica
Bx1 = sup_ed(1,1);
Cx1 = sup_ed(1,2);

```

```

Dx1 = sup_ed(1,3);
Ex1 = sup_ed(1,4);
Bxa = sup_ed(2,1);
Cxa = sup_ed(2,2);
Dxa = sup_ed(2,3);
Bya = sup_ed(3,1);
Cya = sup_ed(3,2);
Dya = sup_ed(3,3);
Eya = sup_ed(3,4);
Byl = sup_ed(4,1);
Cyl = sup_ed(4,2);
Dyl = sup_ed(4,3);

% Sistemas ativos (0 -> inativo; 1 -> ativo)
EDS = 1;
TCS = 1;
Kp_TCS = 5;
ESC = 1;
Kp_ESC = 0.5;

% Controlador de velocidade da roda RST
p1 = 5;
Gms = p1/(s+p1);
Gmz = c2d(Gms,h);
[num,den] = tfdata(Gmz);
num = cell2mat(num);
den = cell2mat(den);
bm1 = num(2);
am1 = den(2);

Gobs_s = (2*p1)/(s+(2*p1));
Gobs_z = c2d(Gobs_s,h);
[num,den] = tfdata(Gobs_z);
den = cell2mat(den);
aobs = den(2);

% Parâmetros iniciais do modelo [â1; ^b1]
Theta_ed = [-0.5; 0.5];
Theta_dd = [-0.5; 0.5];
Theta_et = [-0.5; 0.5];
Theta_dt = [-0.5; 0.5];
npar = 2; % Número de parâmetros do modelo
% Matriz de covariância, inicialmente tem valores elevados porque não há
confiança nos parâmetros estimados
PM_ed = 1000*eye(npar);
PM_dd = 1000*eye(npar);
PM_et = 1000*eye(npar);
PM_dt = 1000*eye(npar);
ForgFactor = 1;% Fator de esquecimento
r1 = -1; % Integrador do controlador RST

% Posição inicial do veículo (x0,y0) [m], coordenadas globais
x_0 = 0;
y_0 = 0;

% Simulação mista
sim_model = 'four_wheels_model_complete_dynamics';
% Solver das equações diferenciais

```

```

integrator = 'ode45';
% Define o integrador
MinStepDivisor = 1000;
simoptions = simset('Solver','ode45','MinStep',
h/MinStepDivisor,'MaxStep',h/(MinStepDivisor/10));
% Estado inicial
eval(['[sizes,x0] = ' sim_model '([[],[],[],0]);']);
set_param(sim_model, 'InitInArrayFormatMsg', 'None')

% Parâmetros de simulação
td = 20; % Duração temporal da simulação [s]
t_sim = 0:h:td; % Vetor de tempo da simulação [s]
Vx = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade longitudinal do veículo [km/h]
Vy = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade lateral do veículo [km/h]
V = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade do veículo [km/h]
Alfap = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular do veículo [rad/s]
Alfap_t = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular teórica do veículo [rad/s]
x = [x_0,zeros(1,length(t_sim)-1)]; % Deslocamento no eixo dos xx [m]
y = [y_0,zeros(1,length(t_sim)-1)]; % Deslocamento no eixo dos yy [m]
Wed = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular da roda esquerda dianteira [rad/s]
Wdd = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular da roda direita dianteira [rad/s]
Wet = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular da roda esquerda traseira [rad/s]
Wdt = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular da roda direita traseira [rad/s]
Wref_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular pretendida da roda esquerda dianteira [rad/s]
Wref_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular pretendida da roda direita dianteira [rad/s]
Wref_et = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular pretendida da roda esquerda traseira [rad/s]
Wref_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular pretendida da roda direita traseira [rad/s]
Wref_TCS_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade angular pretendida da roda direita traseira [rad/s] (TCS)
ew_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à velocidade angular da roda esquerda dianteira [rad/s]
ew_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à velocidade angular da roda direita dianteira [rad/s]
ew_et = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à velocidade angular da roda esquerda traseira [rad/s]
ew_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à velocidade angular da roda direita traseira [rad/s]
ei_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à corrente do motor da roda esquerda dianteira [A]
ei_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à corrente do motor da roda direita dianteira [A]
ei_et = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à corrente do motor da roda esquerda traseira [A]
ei_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à corrente do motor da roda direita traseira [A]
Ved = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade da roda esquerda dianteira [km/h]
Vdd = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade da roda direita dianteira [km/h]

```

```

Vet = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade da roda esquerda traseira
[km/h]
Vdt = zeros(1,length(t_sim)); % Velocidade da roda direita traseira [km/h]
Va_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo do motor da roda
esquerda dianteira [V]
Va_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo do motor da roda
direita dianteira [V]
Va_et = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo do motor da roda
esquerda traseira [V]
Va_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo do motor da roda
direita traseira [V]
Va_sat_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo saturado do
motor da roda esquerda dianteira [V]
Va_sat_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo saturado do
motor da roda direita dianteira [V]
Va_sat_et = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo saturado do
motor da roda esquerda traseira [V]
Va_sat_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de controlo saturado do
motor da roda direita traseira [V]
Ia_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Corrente do motor da roda esquerda
dianteira [A]
Ia_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Corrente do motor da roda direita
dianteira [A]
Ia_et = zeros(1,length(t_sim)); % Corrente do motor da roda esquerda
traseira [A]
Ia_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Corrente do motor da roda direita
traseira [A]
Iaref_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de corrente de referência do
motor da roda esquerda dianteira [A]
Iaref_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de corrente de referência do
motor da roda direita dianteira [A]
Iaref_et = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de corrente de referência do
motor da roda esquerda traseira [A]
Iaref_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de corrente de referência do
motor da roda direita traseira [A]
Tm_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da roda
esquerda dianteira [N.m]
Tm_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da roda
direita dianteira [N.m]
Tm_et = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da roda
esquerda traseira [N.m]
Tm_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da roda
direita traseira [N.m]
Tmref_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da
roda esquerda dianteira [N.m]
Tmref_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da
roda direita dianteira [N.m]
Tmref_et = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da
roda esquerda traseira [N.m]
Tmref_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Sinal de torque de referência da
roda direita traseira [N.m]
sigma_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Coeficiente de desliz da roda
esquerda dianteira
sigma_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Coeficiente de desliz da roda
direita dianteira
sigma_et = zeros(1,length(t_sim)); % Coeficiente de desliz da roda
esquerda traseira
sigma_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Coeficiente de desliz da roda
direita traseira

```

```

alfa_ed = zeros(1,length(t_sim)); % Ângulo de deslize da roda esquerda
dianteira [rad]
alfa_dd = zeros(1,length(t_sim)); % Ângulo de deslize da roda direita
dianteira [rad]
alfa_et = zeros(1,length(t_sim)); % Ângulo de deslize da roda esquerda
traseira [rad]
alfa_dt = zeros(1,length(t_sim)); % Ângulo de deslize da roda direita
traseira [rad]
Fxed = zeros(1,length(t_sim)); % Força longitudinal do pneu da roda
esquerda dianteira [N]
Fxdd = zeros(1,length(t_sim)); % Força longitudinal do pneu da roda
direita dianteira [N]
Fxed = zeros(1,length(t_sim)); % Força longitudinal do pneu da roda
esquerda traseira [N]
Fxed = zeros(1,length(t_sim)); % Força longitudinal do pneu da roda
direita traseira [N]
e_alfa = zeros(1,length(t_sim)); % Erro associado à velocidade angular do
veículo
% Kp_ESC = zeros(1,length(t_sim));
% Parâmetros estimados do modelo de cada roda
a1_ed = zeros(1,length(t_sim));
b1_ed = zeros(1,length(t_sim));
a1_dd = zeros(1,length(t_sim));
b1_dd = zeros(1,length(t_sim));
a1_et = zeros(1,length(t_sim));
b1_et = zeros(1,length(t_sim));
a1_dt = zeros(1,length(t_sim));
b1_dt = zeros(1,length(t_sim));

% Sinal de controlo [V]
Va_1 = Va_max/4;
Va = [reglin([0 0.5],[0 Va_1],0,0.5,h),Va_1*ones(1,length(t_sim)-
(5/(10*h)+1))];
% Va = [reglin([0 0.5],[0 Va_1],0,0.5,h),Va_1*ones(1,9.5/h-1),reglin([10
10.5],[Va_1 0],10,10.5,h),zeros(1,9.5/h)];

% Ângulo de viragem [rad]
theta_1 = 15*pi/180;
% Neutro
% theta = zeros(1,length(t_sim));
% Círculo à esquerda
theta = [zeros(1,5/h+1),reglin([5.01 6],[0
theta_1],5.01,6,h),theta_1*ones(1,length(t_sim)-6/h-1)];
% Mudança de faixa
% theta = [zeros(1,10/h+1),reglin([10.01 11],[0
theta_1],10.01,11,h),reglin([11.01 13],[theta_1 -theta_1],11.01,13,h),-
theta_1*ones(1,1/h),reglin([14.01 16],[-theta_1
theta_1],14.01,16,h),reglin([16.01 17],[theta_1
0],16.01,17,h),zeros(1,length(t_sim)-17/h-1)];

% Execução do modelo Simulink
t = 0;
simEndPoint = length(t_sim);

fprintf(1,'Simulating the system: ... ');

for k = 2:simEndPoint

```

```

fprintf(1, '\b\b\b\b\b\b %.2d %%', floor(k/simEndPoint*100));

% Simulação
t = t + h; % Atualização do tempo contínuo

if(EDS == 0)
    Wref_ed(k) = Kv*Va(k); % Roda esquerda dianteira
    Wref_dd(k) = Kv*Va(k); % Roda direita dianteira
    Wref_et(k) = Kv*Va(k); % Roda esquerda traseira
    Wref_dt(k) = Kv*Va(k); % Roda direita dianteira
end

% EDS
if( EDS && (theta(k) ~= 0) )
    Rt = L/tan(theta(k)); % Raio do eixo traseiro
    Ret = Rt-W/2; % Raio da roda esquerda traseira
    Rdt = Rt+W/2; % Raio da roda direita traseira
    Rd = sqrt(L^2+Rt^2); % Raio do eixo dianteiro
    Red = sqrt(L^2+Ret^2); % Raio da roda esquerda dianteira
    Rdd = sqrt(L^2+Rdt^2); % Raio da roda direita dianteira
    % Velocidades angulares de cada roda
    Wref_ed(k) = Kv*Va(k)*Red/Rd; % Roda esquerda dianteira
    Wref_dd(k) = Kv*Va(k)*Rdd/Rd; % Roda direita dianteira
    Wref_et(k) = Kv*Va(k)*Ret/Rt; % Roda esquerda traseira
    Wref_dt(k) = Kv*Va(k)*Rdt/Rt; % Roda direita dianteira

else
    Wref_ed(k) = Kv*Va(k); % Roda esquerda dianteira
    Wref_dd(k) = Kv*Va(k); % Roda direita dianteira
    Wref_et(k) = Kv*Va(k); % Roda esquerda traseira
    Wref_dt(k) = Kv*Va(k); % Roda direita dianteira
end

% Estimador de forças
if(k ~= 2)
    % Roda esquerda dianteira
    Ved(k) = (Vx(k-1) - W/2*Alfap(k-1))*cos(theta(k-1)) + (Vy(k-1) +
a*Alfap(k-1))*sin(theta(k-1));
    sigma_ed(k) = (r*Wed(k-1)-abs(Ved(k)))/(max(r*Wed(k-
1),abs(Ved(k))));
    % Roda direita dianteira
    Vdd(k) = (Vx(k-1) + W/2*Alfap(k-1))*cos(theta(k-1)) + (Vy(k-1) +
a*Alfap(k-1))*sin(theta(k-1));
    sigma_dd(k) = (r*Wdd(k-1)-abs(Vdd(k)))/(max(r*Wdd(k-
1),abs(Vdd(k))));
    % Roda esquerda traseira
    Vet(k) = Vx(k-1) - W/2*Alfap(k-1);
    sigma_et(k) = (r*Wet(k-1)-abs(Vet(k)))/(max(r*Wet(k-
1),abs(Vet(k))));
    % Roda direita traseira
    Vdt(k) = Vx(k-1) + W/2*Alfap(k-1);
    sigma_dt(k) = (r*Wdt(k-1)-abs(Vdt(k)))/(max(r*Wdt(k-
1),abs(Vdt(k))));

    % Roda esquerda dianteira
    alfa_ed(k) = theta(k-1) - atan((Vy(k-1)+a*Alfap(k-1))/(Vx(k-1)-
W/2*Alfap(k-1)));
    % Roda direita dianteira

```

```

        alfa_dd(k) = theta(k-1) - atan((Vy(k-1)+a*Alfap(k-1))/(Vx(k-1)+W/2*Alfap(k-1)));
        % Roda esquerda traseira
        alfa_et(k) = - atan((Vy(k-1)-b*Alfap(k-1))/(Vx(k-1)-W/2*Alfap(k-1)));
        % Roda direita dianteira
        alfa_dt(k) = - atan((Vy(k-1)-b*Alfap(k-1))/(Vx(k-1)+W/2*Alfap(k-1)));

        % Fórmula mágica
        % Roda esquerda dianteira
        uxl_ed = Dxl*sin(Cxl*atan(Bxl*sigma_ed(k)-Exl*(Bxl*sigma_ed(k)-atan(Bxl*sigma_ed(k)))));
        uxa_ed = Dxa*cos(Cxa*atan(Bxa*alfa_ed(k)));
        Fxed(k) = uxl_ed*uxa_ed*Fz;
        % Roda direita dianteira
        uxl_dd = Dxl*sin(Cxl*atan(Bxl*sigma_dd(k)-Exl*(Bxl*sigma_dd(k)-atan(Bxl*sigma_dd(k)))));
        uxa_dd = Dxa*cos(Cxa*atan(Bxa*alfa_dd(k)));
        Fxdd(k) = uxl_dd*uxa_dd*Fz;
        % Roda esquerda traseira
        uxl_et = Dxl*sin(Cxl*atan(Bxl*sigma_et(k)-Exl*(Bxl*sigma_et(k)-atan(Bxl*sigma_et(k)))));
        uxa_et = Dxa*cos(Cxa*atan(Bxa*alfa_et(k)));
        Fxet(k) = uxl_et*uxa_et*Fz;
        % Roda direita traseira
        uxl_dt = Dxl*sin(Cxl*atan(Bxl*sigma_dt(k)-Exl*(Bxl*sigma_dt(k)-atan(Bxl*sigma_dt(k)))));
        uxa_dt = Dxa*cos(Cxa*atan(Bxa*alfa_dt(k)));
        Fxdt(k) = uxl_dt*uxa_dt*Fz;
    end

    if( (ESC == 0) && (theta(k) ~= 0) )
        Alfap_t(k) = Vx(k-1)/(a+b+(M*Vx(k-1)^2*(b*Cata-a*Cad)))/(2*Cat*Cad*(a+b))*theta(k);
    end

    flag = 0;

    if( ESC && (theta(k) ~= 0) )
        flag = 1;
        Alfap_t(k) = Vx(k-1)/(a+b+(M*Vx(k-1)^2*(b*Cata-a*Cad)))/(2*Cat*Cad*(a+b))*theta(k);
        e_alfa(k) = Alfap_t(k) - Alfap(k-1);

        delta = Kp_ESC*e_alfa(k);
        if(Alfap_t(k) < Alfap(k-1))
            Wref_ed(k) = Wref_ed(k)*(1+abs(delta)); % Roda esquerda
            Wref_et(k) = Wref_et(k)*(1+abs(delta)); % Roda esquerda
            Wref_dd(k) = Wref_dd(k)*(1-abs(delta)); % Roda direita
            Wref_dt(k) = Wref_dt(k)*(1-abs(delta)); % Roda direita
        end
        if(Alfap_t(k) > Alfap(k-1))

```

```

        Wref_ed(k) = Wref_ed(k)*(1-delta); % Roda esquerda
dianteira
        Wref_et(k) = Wref_et(k)*(1-delta); % Roda esquerda traseira
        Wref_dd(k) = Wref_dd(k)*(1+delta); % Roda direita dianteira
        Wref_dt(k) = Wref_dt(k)*(1+delta); % Roda direita dianteira
    end
end

    if( TCS && (Vx(k-1) ~= 0) )
        Wref_ed(k) = Wref_ed(k)-Kp_TCS*(Wed(k-1)-Ved(k)/r); % Roda
esquerda dianteira
        Wref_dd(k) = Wref_dd(k)-Kp_TCS*(Wdd(k-1)-Vdd(k)/r); % Roda
direita dianteira
        Wref_et(k) = Wref_et(k)-Kp_TCS*(Wet(k-1)-Vet(k)/r); % Roda
esquerda traseira
        Wref_dt(k) = Wref_dt(k)-Kp_TCS*(Wdt(k-1)-Vdt(k)/r); % Roda
direita dianteira
    end

    if(EDS || TCS || ESC)
        % Controlador de velocidade PI em tensão
        if(Control_mode == 1)
            % Roda esquerda dianteira
            ew_ed(k) = Wref_ed(k) - Wed(k-1);
            Va_ed(k) = Kp*ew_ed(k) + Va_ed(k-1) +
h/2*Ki*(ew_ed(k)+ew_ed(k-1));
            % Roda direita dianteira
            ew_dd(k) = Wref_dd(k) - Wdd(k-1);
            Va_dd(k) = Kp*ew_dd(k) + Va_dd(k-1) +
h/2*Ki*(ew_dd(k)+ew_dd(k-1));
            % Roda esquerda traseira
            ew_et(k) = Wref_et(k) - Wet(k-1);
            Va_et(k) = Kp*ew_et(k) + Va_et(k-1) +
h/2*Ki*(ew_et(k)+ew_et(k-1));
            % Roda direita traseira
            ew_dt(k) = Wref_dt(k) - Wdt(k-1);
            Va_dt(k) = Kp*ew_dt(k) + Va_dt(k-1) +
h/2*Ki*(ew_dt(k)+ew_dt(k-1));
        end

        if(Control_mode == 2)
            % Controlador de velocidade PI por corrente
            % Roda esquerda dianteira
            if(flag == 0)
                Tmref_ed(k) = Jw*(Wref_ed(k)-Wed(k-1))/h + Fxed(k)*r;
            end
            Iaref_ed(k) = Tmref_ed(k)/(N*Km);
            ei_ed(k) = Iaref_ed(k) - Ia_ed(k-1);
            Va_ed(k) = Kp_i*ei_ed(k) + Va_ed(k-1) +
h/2*Ki_i*(ei_ed(k)+ei_ed(k-1));
            % Roda direita dianteira
            if(flag == 0)
                Tmref_dd(k) = Jw*(Wref_dd(k)-Wdd(k-1))/h + Fxdd(k)*r;
            end
            Iaref_dd(k) = Tmref_dd(k)/(N*Km);
            ei_dd(k) = Iaref_dd(k) - Ia_dd(k-1);
            Va_dd(k) = Kp_i*ei_dd(k) + Va_dd(k-1) +
h/2*Ki_i*(ei_dd(k)+ei_dd(k-1));

```



```

    % Roda esquerda traseira
    if(flag == 0)
        Tmref_et(k) = Jw*(Wref_et(k)-Wet(k-1))/h + Fxet(k)*r;
    end
    Iaref_et(k) = Tmref_et(k)/(N*Km);
    ei_et(k) = Iaref_et(k) - Ia_et(k-1);
    Va_et(k) = Kp_i*ei_et(k) + Va_et(k-1) +
h/2*Ki_i*(ei_et(k)+ei_et(k-1));
    % Roda direita traseira
    if(flag == 0)
        Tmref_dt(k) = Jw*(Wref_dt(k)-Wdt(k-1))/h + Fxdt(k)*r;
    end
    Iaref_dt(k) = Tmref_dt(k)/(N*Km);
    ei_dt(k) = Iaref_dt(k) - Ia_dt(k-1);
    Va_dt(k) = Kp_i*ei_dt(k) + Va_dt(k-1) +
h/2*Ki_i*(ei_dt(k)+ei_dt(k-1));
end

if(Control_mode == 3)
    if(k == 2)
        % Roda esquerda dianteira
        Va_ed(k) = Va(k);
        % Roda direita dianteira
        Va_dd(k) = Va(k);
        % Roda esquerda traseira
        Va_et(k) = Va(k);
        % Roda direita traseira
        Va_dt(k) = Va(k);
    else
        % Roda esquerda dianteira
        Va_ed(k) = Va_ed(k-1);
        % Roda direita dianteira
        Va_dd(k) = Va_dd(k-1);
        % Roda esquerda traseira
        Va_et(k) = Va_et(k-1);
        % Roda direita traseira
        Va_dt(k) = Va_dt(k-1);
    end
end

% Saturação do sinal de controlo
if(Va_ed(k) > Va_max)
    Va_ed(k) = Va_max;
end
if(Va_ed(k) < 0)
    Va_ed(k) = 0;
end

if(Va_dd(k) > Va_max)
    Va_dd(k) = Va_max;
end
if(Va_dd(k) < 0)
    Va_dd(k) = 0;
end

if(Va_et(k) > Va_max)
    Va_et(k) = Va_max;
end

```

```

    if(Va_et(k) < 0)
        Va_et(k) = 0;
    end

    if(Va_dt(k) > Va_max)
        Va_dt(k) = Va_max;
    end
    if(Va_dt(k) < 0)
        Va_dt(k) = 0;
    end

    ut = [t-h, Va_ed(k), Va_dd(k), Va_et(k), Va_dt(k), theta(k); t,
Va_ed(k), Va_dd(k), Va_et(k), Va_dt(k), theta(k)];
    else
        ut = [t-h, Va(k), Va(k), Va(k), Va(k), theta(k); t, Va(k), Va(k),
Va(k), Va(k), theta(k)];
    end

    simoptions.InitialState = x0;
    [time,x0,output] = sim(sim_model,[t-h t],simoptions,ut);
    x0 = x0(length(x0),:);

    Vx(k) = output(length(output),1)';
    Vy(k) = output(length(output),2)';
    V(k) = sqrt(Vx(k)^2+Vy(k)^2);
    Alfap(k) = output(length(output),3)';
    x(k) = output(length(output),4)';
    y(k) = output(length(output),5)';
    Wed(k) = output(length(output),6)';
    Wdd(k) = output(length(output),7)';
    Wet(k) = output(length(output),8)';
    Wdt(k) = output(length(output),9)';
    Va_sat_ed(k) = output(length(output),10)';
    Va_sat_dd(k) = output(length(output),11)';
    Va_sat_et(k) = output(length(output),12)';
    Va_sat_dt(k) = output(length(output),13)';
    Ia_ed(k) = output(length(output),14)';
    Ia_dd(k) = output(length(output),15)';
    Ia_et(k) = output(length(output),16)';
    Ia_dt(k) = output(length(output),17)';

    if(Control_mode == 3)
        % Roda esquerda dianteira
        Phi = [-Wed(k-1),Va_ed(k-1)];
        [Theta_ed, PM_ed, PredError] = rls(Theta_ed, Phi, PM_ed, Wed(k),
npar, ForgFactor);
        a1_ed(k) = Theta_ed(1);
        b1_ed(k) = Theta_ed(2);
        % Coeficientes do controlador RST
        t0 = bm1/b1_ed(k);
        t1 = bm1*aobs/b1_ed(k);
        s0 = (am1+aobs-a1_ed(k)-r1)/b1_ed(k);
        s1 = (am1*aobs-a1_ed(k)*r1)/b1_ed(k);
        % Sinal de controlo
        Va_ed(k) = Va_ed(k-1)+t0*Wref_ed(k)+t1*Wref_ed(k-1)-s0*Wed(k)-
s1*Wed(k-1);

        % Roda direita dianteira

```

```

    Phi = [-Wdd(k-1), Va_dd(k-1)];
    [Theta_dd, PM_dd, PredError] = rls(Theta_dd, Phi, PM_dd, Wdd(k),
npar, ForgFactor);
    a1_dd(k) = Theta_dd(1);
    b1_dd(k) = Theta_dd(2);
    % Coeficientes do controlador RST
    t0 = bml/b1_dd(k);
    t1 = bml*aobs/b1_dd(k);
    s0 = (aml+aobs-a1_dd(k)-r1)/b1_dd(k);
    s1 = (aml*aobs-a1_dd(k)*r1)/b1_dd(k);
    % Sinal de controle
    Va_dd(k) = Va_dd(k-1)+t0*Wref_dd(k)+t1*Wref_dd(k-1)-s0*Wdd(k)-
s1*Wdd(k-1);

    % Roda esquerda traseira
    Phi = [-Wet(k-1), Va_et(k-1)];
    [Theta_et, PM_et, PredError] = rls(Theta_et, Phi, PM_et, Wet(k),
npar, ForgFactor);
    a1_et(k) = Theta_et(1);
    b1_et(k) = Theta_et(2);
    % Coeficientes do controlador RST
    t0 = bml/b1_et(k);
    t1 = bml*aobs/b1_et(k);
    s0 = (aml+aobs-a1_et(k)-r1)/b1_et(k);
    s1 = (aml*aobs-a1_et(k)*r1)/b1_et(k);
    % Sinal de controle
    Va_et(k) = Va_et(k-1)+t0*Wref_et(k)+t1*Wref_et(k-1)-s0*Wet(k)-
s1*Wet(k-1);

    % Roda direita traseira
    Phi = [-Wdt(k-1), Va_dt(k-1)];
    [Theta_dt, PM_dt, PredError] = rls(Theta_dt, Phi, PM_dt, Wdt(k),
npar, ForgFactor);
    a1_dt(k) = Theta_dt(1);
    b1_dt(k) = Theta_dt(2);
    % Coeficientes do controlador RST
    t0 = bml/b1_dt(k);
    t1 = bml*aobs/b1_dt(k);
    s0 = (aml+aobs-a1_dt(k)-r1)/b1_dt(k);
    s1 = (aml*aobs-a1_dt(k)*r1)/b1_dt(k);
    % Sinal de controle
    Va_dt(k) = Va_dt(k-1)+t0*Wref_dt(k)+t1*Wref_dt(k-1)-s0*Wdt(k)-
s1*Wdt(k-1);
    end
end

fprintf(1, '\b\b\b\b\b100 %%\r');

% Resultados

figure(1)
plot(t_sim, Alfap, t_sim, Alfap_t)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Velocidade angular do veículo [rad/s]')
legend('Real', 'Desejada')
grid on

figure(2)

```

```

subplot(2,2,1)
plot(t_sim,Wref_ed*r*3.6,t_sim,Wref_dd*r*3.6,t_sim,Wref_et*r*3.6,t_sim,Wref_dt*r*3.6,t_sim,Wed*r*3.6,'k',t_sim,Wdd*r*3.6,'y',t_sim,Wet*r*3.6,'m',t_sim,Wdt*r*3.6,'c')
title('Velocidades')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('[km/h]')
legend('v_x_r_e_f_e_d','v_x_r_e_f_d_d','v_x_r_e_f_e_t','v_x_r_e_f_d_t','v_x_e_d','v_x_d_d','v_x_e_t','v_x_d_t','v_x','v_y')
grid on

```

```

subplot(2,2,2)
plot(t_sim,ew_ed,t_sim,ew_dd,t_sim,ew_et,t_sim,ew_dt)
title('Erros')
xlabel('Tempo [s]')
legend('e_e_d','e_d_d','e_e_t','e_d_t')
grid on

```

```

subplot(2,2,3)
plot(t_sim,Wed*r*3.6,'k',t_sim,Wdd*r*3.6,'y',t_sim,Wet*r*3.6,'m',t_sim,Wdt*r*3.6,'c',t_sim,Ved*3.6,t_sim,Vdd*3.6,t_sim,Vet*3.6,t_sim,Vdt*3.6)
title('Velocidades')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('[km/h]')
legend('v_x_e_d','v_x_d_d','v_x_r_e_f_e_t','v_x_d_t','v_e_d','v_d_d','v_e_t','v_d_t','v_x','v_y')
grid on

```

```

subplot(2,2,4)
plot(t_sim,sigma_ed,t_sim,sigma_dd,t_sim,sigma_et,t_sim,sigma_dt)
title('Coeficientes de deslize')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('sigma')
legend('sigma_e_d','sigma_d_d','sigma_e_t','sigma_d_t')
grid on

```

figure(3)

```

subplot(2,2,1)
plot(t_sim,Wed*r*3.6,'k',t_sim,Wdd*r*3.6,'y',t_sim,Wet*r*3.6,'m',t_sim,Wdt*r*3.6,'c',t_sim,Vx*3.6,'b',t_sim,Vy*3.6,'r')
title('Velocidades')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('[km/h]')
legend('v_x_e_d','v_x_d_d','v_x_e_t','v_x_d_t','v_x','v_y')
grid on

```

```

subplot(2,2,2)
plot(t_sim,Va,'b',t_sim,Va_sat_ed,'k',t_sim,Va_sat_dd,'y',t_sim,Va_sat_et,'m',t_sim,Va_sat_dt,'c',t_sim,Ia_ed,t_sim,Ia_dd,t_sim,Ia_et,t_sim,Ia_dt)
legend('v_a_e_d [V]','v_a_e_d [V]','v_a_d_d [V]','v_a_e_t [V]','v_a_d_t [V]','i_a_e_d [A]','i_a_d_d [A]','i_a_e_t [A]','i_a_d_t [A]')
xlabel('Tempo [s]')
grid on

```

```

subplot(2,2,3)

```

```

plot(x,y,x(1),y(1),'b*',x(2/h+1),y(2/h+1),'r*',x(4/h+1),y(4/h+1),'g*',x(6/h+1),y(6/h+1),'y*',x(8/h+1),y(8/h+1),'m*',x(10/h+1),y(10/h+1),'k*',x(12/h+1),y(12/h+1),'b*',x(14/h+1),y(14/h+1),'r*',x(16/h+1),y(16/h+1),'g*',x(18/h+1),y(18/h+1),'y*',x(20/h+1),y(20/h+1),'m*')
legend('Trajetória','t = 0 s','t = 2 s','t = 4 s','t = 6 s','t = 8 s','t = 10 s','t = 12 s','t = 14 s','t = 16 s','t = 18 s','t = 20 s')
axis('equal')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')
grid on

subplot(2,2,4)
plot(t_sim,theta*180/pi)
title('Ângulo de direção')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('[Graus]')
legend('theta')
grid on

toc

```

#### reglin.m:

```

% Regressão linear
% y - reta
% A - [x1,x2]
% B - [y1,y2]
% t1 - instante de início
% t2 - instante de fim
% h - tempo de amostragem

function [y] = reglin(A,B,t1,t2,h)
    p = polyfit(A,B,1);
    t2 = t1:h:t2;
    y = polyval(p,t2);
end

```

#### rls.m:

```

% Recursive least squares (método recursivo dos mínimos quadrados médios)
% Theta - Parâmetros estimados
% PM - Matriz de covariância
% PredError - Previsão do erro
% Phi - Vetor de dados
% y - Saída do sistema
% npar - Número de parâmetros estimados
% ForgFactor - Forgetting factor (Fator de esquecimento)
% ForgFactor = 1 -> Utiliza toda a informação passada
% ForgFactor < 1 -> Utiliza a maioria da informação passada

function [Theta, PM, PredError] = rls(Theta, Phi, PM, y, npar, ForgFactor)

    Phi = Phi(:);
    Theta = Theta(:);

```

```

% Estimation Error
PredError = y - Phi' * Theta;

% Gain Vector update
KG = (PM * Phi) / (ForgFactor + Phi' * PM * Phi);

% Covariance Matrix Update
PM = ((eye(npar,npar) - KG * Phi') * PM) / ForgFactor;

% Parameters Vector Update
Theta = Theta + KG * PredError;

end

```

## Referências Bibliográficas

- [1] Eckermann, E. (2001), “World History of the Automobile”, SAE Press.
- [2] Sakai, S., Okano, T., Hwa, T., C., Uchida, T. e Hori, Y. (2001), “4 Wheel Motored Vehicle UOT Electric March II - Experimental EV for Novel Motion Control Studies”.
- [3] Printed Motor Works, “In-Wheel Motors”, acessado a 19 de abril de 2016, em: <http://www.printedmotorworks.com/in-wheel-motors/>.
- [4] Zhou, L., Xiong, L., Yu, Z. (2013), "A Research on Anti-Slip Regulation for 4WD Electric Vehicle with In-Wheel Motors", Applied Mechanics and Materials, 753-757.
- [5] Sakai, S., Hori, Y. (2000), “Advantage of Electric Motor for Anti Skid Control of Electric Vehicle”.
- [6] Buckingham, E. (1914), “On Physically Similar Systems; Illustrations of the use of dimensional equations”, Physical Review, 4, 345-376.
- [7] Witaya, W., Parinya, W., Krissada, C. (2008), “Scaled Vehicle for Interactive Dynamic Simulation (SIS)”, IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 554 - 559.
- [8] “History of Car Safety”, acessado a 10 de maio de 2016, em: <http://www.crashtest.org/history-car-safety/>.
- [9] Auto Express, “The evolution of car safety: a history”, acessado a 11 de outubro de 2015, em: <http://www.autoexpress.co.uk/car-news/90221/the-evolution-of-car-safety-a-history>.
- [10] Bosch Mobility Solutions, “Active safety”, acessado a 11 de outubro de 2015, em: [http://products.bosch-mobility-solutions.com/en/de/driving\\_safety/driving\\_safety\\_systems\\_for\\_passenger\\_cars\\_1/active\\_safety/active\\_safety\\_2.html#](http://products.bosch-mobility-solutions.com/en/de/driving_safety/driving_safety_systems_for_passenger_cars_1/active_safety/active_safety_2.html#).
- [11] Nice, K., "How Differentials Work", 2 de agosto de 2000, acessado a 11 de maio de 2016, em: <http://auto.howstuffworks.com/differential.htm>.
- [12] Toyota, "Anti-lock Brake System (ABS)", acessado a 11 de maio de 2016, em: [http://www.toyota-global.com/innovation/safety\\_technology/safety\\_technology/technology\\_file/active/](http://www.toyota-global.com/innovation/safety_technology/safety_technology/technology_file/active/).
- [13] "Traction Control Explained", 7 de setembro de 2005, acessado a 11 de maio de 2016, em: <http://auto.howstuffworks.com/28000-traction-control-explained.htm>.
- [14] "Active Traction Control", acessado a 11 de maio de 2016, em: [https://www.youtube.com/watch?v=LXwNllw0CLQ&feature=player\\_embedded](https://www.youtube.com/watch?v=LXwNllw0CLQ&feature=player_embedded).

- [15] Lobo, E., "What Is The Basic Difference Between Understeer And Oversteer?", 15 de Maio de 2015, acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://www.cartrade.com/blog/2015/auto-guides/what-is-the-basic-difference-between-understeer-and-oversteer-1365.html>.
- [16] National Highway Traffic Safety Administration, "Preliminary Results Analyzing the Effectiveness of Electronic Stability Control (ESC) Systems", acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<https://web.archive.org/web/20091116030655/http://www.nhtsa.dot.gov/portal/site/nhtsa/menuitem.012c081c5966f0ca3253ab10cba046a0>.
- [17] "EU: Electronic Stability Control to be Standard on all Vehicles from 2014", 27 de maio de 2008, acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://www.carscoops.com/2008/05/eu-electronic-stability-control-to-be.html>.
- [18] Hasan, M., Ektesabi, M., Kapoor, A. (2013), "A Suitable Electronic Stability Control System Using Sliding Mode Controller for an In-wheel Electric Vehicle", International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, 1, 152-158.
- [19] "Segurança automóvel: 7 em 9 modelos com nota máxima no teste", 15 de Setembro de 2015, acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://www.deco.proteste.pt/motor/automoveis/noticia-flash/seguranca-automovel-7-em-9-modelos-com-nota-maxima-no-teste>.
- [20] Volvo, "IntelliSafe", acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://www.volvocars.com/pt/sobre-a-volvo/as-nossas-marcas-inovadoras/intellisafe>.
- [21] Baxter, E., "How Tire Pressure Monitoring Systems Work", 22 de junho de 2012, acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://auto.howstuffworks.com/car-driving-safety/safety-regulatory-devices/tire-pressure-monitoring-systems.htm>.
- [22] "O que é o TPMS ou controlo da pressão dos pneus?", acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://www.circulaseguro.pt/seguranca-activa/o-que-o-tpms-controlo-da-pressao-dos-pneus>.
- [23] "EBD Explained: Electronic Brakeforce Distribution", acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://www.obd-codes.com/faq/ebd-explained.php>.
- [24] Parker, A., "How Brake Assist Works", 30 de abril de 2009, acessado a 12 de maio de 2016, em:  
<http://auto.howstuffworks.com/car-driving-safety/safety-regulatory-devices/brake-assist.htm>.
- [25] Guarnieri, M. (2012), "Looking Back to Electric Cars", HISTory of ELection-technology CONFERENCE (HISTELCON), Pavia.
- [26] Berman, B., "History of Hybrid Vehicles", 14 de junho de 2011, acessado a 14 de maio de 2016, em: <http://www.hybridcars.com/history-of-hybrid-vehicles/>.
- [27] "Toyota Prius Sales Pass 3 Million Mark", 4 de julho de 2013, acessado a 14 de maio de 2016, em: <http://evworld.com/news.cfm?newsid=30674>.
- [28] Goldman, J., "Comparing Electric Vehicles: Hybrid vs. BEV vs. PHEV vs. FCEV", 12 de fevereiro de 2014, acessado a 14 de maio de 2016, em:  
<http://blog.ucsusa.org/josh-goldman/comparing-electric-vehicles-hybrid-vs-bev-vs-ph-ev-vs-fcev-411>.
- [29] "Hybrid and Electric Cars 2016-2017: The Best and the Rest", acessado a 14 de maio de 2016, em: <http://www.caranddriver.com/best-hybrid-electric-cars>.



- [30] Healey, T., "Bloomberg: EVs Are First Step to a Cleaner Grid", 2 de maio de 2016, acessado a 14 de maio de 2016, em:  
<http://www.hybridcars.com/bloomberg-evs-are-first-step-to-a-cleaner-grid/>.
- [31] Lampton, C., "How Electric Car Batteries Work", 18 de agosto de 2008, acessado a 16 de maio de 2016, em: <http://auto.howstuffworks.com/fuel-efficiency/vehicles/electric-car-battery.htm>.
- [32] "What is an Electric Car?", acessado a 16 de maio de 2016, em:  
<http://www.conserve-energy-future.com/advantages-and-disadvantages-of-electric-cars.php>.
- [33] Schaal, E., "10 Electric Vehicles With the Best Range in 2015", 12 de novembro de 2015, acessado a 16 de maio de 2016, em:  
<http://www.cheatsheet.com/automobiles/top-10-electric-vehicles-with-the-longest-driving-range.html?a=viewall>.
- [34] Cole, C., "One Rarely Mentioned Reason Behind Tesla's Success", 12 de abril de 2016, acessado a 16 de maio de 2016, em:  
<http://www.hybridcars.com/one-rarely-mentioned-reason-behind-teslas-success/>.
- [35] Randall, T., "Here's How Electric Cars Will Cause the Next Oil Crisis", 25 de fevereiro de 2016, acessado a 16 de maio de 2016, em:  
<http://www.bloomberg.com/features/2016-ev-oil-crisis/?cmpid=yahoo.headline>.
- [36] "Vendas de carros elétricos com o melhor ano de sempre", 26 de janeiro de 2016, acessado a 16 de maio de 2016, em:  
<http://www.ambientemagazine.com/vendas-de-carros-eletricos-com-o-melhor-ano-de-sempre/>.
- [37] Cobb, J., "Tesla Model S Crossed 100,000 Sales Milestone This Month", 15 de dezembro de 2015, acessado a 16 de maio de 2016, em:  
<http://www.hybridcars.com/tesla-model-s-crossed-100000-sales-milestone-this-month/>.
- [38] Howard, B., "Will high-mileage Nissan Leafs need costly battery replacements soon?", 27 de setembro de 2012, acessado a 16 de maio de 2016, em:  
<http://www.extremetech.com/extreme/136894-will-high-mileage-nissan-leafs-need-costly-battery-replacements-soon>.
- [39] "Model S", acessado a 17 de maio de 2016, em: <https://www.teslamotors.com/models>.
- [40] "Model S Specifications", acessado a 17 de maio de 2016, em:  
<https://www.teslamotors.com/support/model-s-specifications>.
- [41] "Electric Car Motors", acessado a 17 de maio de 2016, em:  
<http://www.electric-cars-are-for-girls.com/electric-car-motors.html>.
- [42] Costa, J. (2014), "Scooter elétrica – Implementação de um Controlador para motores BLDC". Dissertação de mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro (Portugal).
- [43] Antão, R. (2010), "Inversor Eléctrico para Sistemas de Microgeração". Dissertação de mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro (Portugal).
- [44] Bell, K., "Honda's Electric Four-Motor CR-Z Prototype: We Drive It", 30 de outubro de 2015, acessado a 17 de maio de 2016, em:  
[http://www.greencarreports.com/news/1100699\\_hondas-electric-four-motor-cr-z-prototype-we-drive-it](http://www.greencarreports.com/news/1100699_hondas-electric-four-motor-cr-z-prototype-we-drive-it).
- [45] Howard, B., "Mercedes-Benz SLS AMG Electric Drive: A 740-hp super-sports car with one electric motor per wheel", 19 de abril de 2013, acessado a 17 de maio de 2016, em:

<http://www.extremetech.com/extreme/153697-mercedes-benz-sls-amg-electric-drive-a-740-hp-super-sports-car-with-one-electric-motor-per-wheel>.

[46] Harrop, P., "In-Wheel Motors for Electric Vehicles Gaining Market Acceptance", 15 de fevereiro de 2011, acessado a 18 de maio de 2016, em: <http://evworld.com/news.cfm?newsid=25224>.

[47] Sleasman, A., "In-Wheel Motors: The 19th Century Technology That's Thoroughly Modern", 14 de outubro de 2014, acessado a 18 de maio de 2016, em: <http://insights.globalspec.com/article/117/in-wheel-motors-the-19th-century-technology-that-s-thoroughly-modern>.

[48] Masson, L., "The Pros and Cons of Using In-Wheel Motors in Electric Cars", 8 de maio de 2013, acessado a 18 de maio de 2016, em: <http://www.plugincars.com/pros-and-cons-wheel-motors-127174.html>.

[49] "About us", acessado a 18 de maio de 2016, em: <http://www.proteanelectric.com/about-us/>.

[50] "Specifications", acessado a 18 de maio de 2016, em: <http://www.proteanelectric.com/specifications/>.

[51] Anderson, M., Harty, D. (2010), "Unsprung Mass with In-Wheel Motors – Myths and Realities", AVEC 10, UK.

[52] Zhou, Y., Li, S., Zhou, X., Fang, Z. (2010), "The Control Strategy of Differential for EV with Four In-wheel Motors", Chinese Control and Decision Conference, 4190-4195.

[53] Wu, X., Yang, L., Xu, M. (2014), "Speed following control for differential steering of 4WID electric vehicle", IEEE 2014–40th Annual Conference of the Industrial Electronics Society (IECON), 3054-3059.

[54] Moazen, M., Sabahi, M. (2014), "Electric Differential for an Electric Vehicle with Four Independent Driven Motors and Four Wheels Steering Ability Using Improved Fictitious Master Synchronization Strategy", Journal of Operation and Automation in Power Engineering (JOAPE), 2, 141-150.

[55] Wu, X., Xu, M., Wang, L. (2013), "Differential Speed Steering Control for Four-Wheel Independent Driving Electric Vehicle", International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing, 1, 355-359.

[56] Hori, Y., Toyoda, Y., Tsuruoka, Y. (1998), "Traction Control of Electric Vehicle: Basic Experimental Result Using the Test EV 'UOT' Electric March", IEEE Transactions on Industry Applications, 34, 1131-1138.

[57] Sakai, S., Sado, H., Hori, Y. (2000), "Novel Skid Avoidance Method Without Vehicle Chassis Speed for Electric Vehicle", International Power Electronics Conference (IPEC), 4, 1979–1984.

[58] He, P., Hori, Y., Kamachi, M., Walters, K., Yoshida, H. (2005), "Future Motion Control to be Realized by In-wheel Motored Electric Vehicle", 31<sup>st</sup> Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2632-2637.

[59] Zhao, Y., Zhang, Y., Zhao, Y. (2009), "Stability Control System for Four-In-Wheel-Motor Drive Electric Vehicle", 6<sup>th</sup> International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 171-175.

[60] Wang, R., Wang, J. (2011), "Stability Control of Electric Vehicles with Four Independently Actuated Wheels", 50<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2511 - 2516.

- [61] Song, C., Xiao, F., Song, S., Li, S., Li, J. (2015), "Stability Control of 4WD Electric Vehicle with In-Wheel-Motors based on Sliding Mode Control", 6<sup>th</sup> International Conference on Intelligent Control and Information Processing, 251 - 257.
- [62] Brennan, S. (1999), "Modeling and control issues associated with scaled vehicles". Dissertação de mestrado, Universidade de Illinois, Illinois (EUA).
- [63] O'Brien, R., Piepmeyer, J., Hoblet, P., Burns, R., George, C. (2004), "Scale-Model Vehicle Analysis Using an Off-the-Shelf Scale-Model Testing Apparatus", Proceeding of the 2004 American Control Conference, 4, 3387 - 3392.
- [64] Lapaponga, S., Gupta, V., Callejas, E., Brennan, S. (2008), "Fidelity of using scaled vehicles for chassis dynamic studies", International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility.
- [65] Liburdi, A. (2010), "Development of a Scale Vehicle Dynamics Test Bed". Dissertação de mestrado, Universidade de Windsor, Ontário (Canadá).
- [66] Ronnapree, C., Witaya, W. (2012), "Tire Test for Drifting Dynamics of a Scaled Vehicle", The 3<sup>rd</sup> TSME International Conference on Mechanical Engineering.
- [67] Schaltz, E. (2011), "Electrical Vehicle Design and Modeling" (1<sup>a</sup> ed.), Universidade de Aalborg (Dinamarca).
- [68] Shakouri, P., Ordys, A., Askari, M. e Laila, D. (2010), "Longitudinal vehicle dynamics using Simulink/Matlab", UKACC International Conference on Control 2010, 1-6.
- [69] Melo, A. P. (2010), "Teoria dos sistemas de controlo lineares" (1<sup>a</sup> ed.), Universidade de Aveiro.
- [70] "Permanent Magnet DC Motor or PMDC Motor | Working Principle Construction", acessado a 24 de junho de 2016, em: <http://www.electrical4u.com/permanent-magnet-dc-motor-or-pmdc-motor/>.
- [71] Rajamani, R. (2006), "Vehicle Dynamics and Control" (1<sup>a</sup> ed.), Springer.
- [72] "Why do some motorcycles still wear bias-ply tires?", acessado a 25 de junho de 2016, em: <http://www.revzilla.com/common-tread/why-things-are-bias-ply-and-radial-tires>.
- [73] Liljeström, J. (2011), "State estimation of RC cars for the purpose of drift control". Dissertação de mestrado, Universidade de Linköping, Linköping (Suécia).
- [74] MathWorks, "Tire-Road Interaction (Magic Formula)", acessado a 25 de junho de 2016, em: <http://www.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/tireroadinteractionmagicformula.html>.
- [75] MathWorks, "Gear Box", acessado a 28 de junho de 2016, em: <http://www.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/gearbox.html>.
- [76] Fajri, P., Ahmadi, R., Ferdowsi, M. (2012), "Equivalent Vehicle Rotational Inertia Used for Electric Vehicle Test Bench Dynamic Studies", 38<sup>th</sup> IEEE Industrial Electronics Society Annual Conference (IECON), 4115-4120.
- [77] "Vehicle Coefficient of Drag List", acessado a 1 de julho de 2016, em: [http://ecomodder.com/wiki/index.php/Vehicle\\_Coefficient\\_of\\_Drag\\_List](http://ecomodder.com/wiki/index.php/Vehicle_Coefficient_of_Drag_List).
- [78] "Tamiya 1/10 CLK-DTM 2002 AMG-MERCEDES w/TB-02 Chassis Kit 58317", acessado a 1 de julho de 2016, em: [http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/\\_89051\\_Tamiya\\_1\\_10\\_CLK\\_DTM\\_2002\\_AMG\\_MERCEDES\\_w\\_TB\\_02\\_Chassis\\_Kit\\_58317.html](http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/_89051_Tamiya_1_10_CLK_DTM_2002_AMG_MERCEDES_w_TB_02_Chassis_Kit_58317.html).
- [79] Serway, R. (1986), "Physics for Scientists and Engineers" (2<sup>a</sup> ed.), Saunders College Publishing.
- [80] "2-1/2" Dia. Smooth Surface Wheels", acessado a 1 de julho de 2016, em: [http://shop.dubro.com/p/2-1-2-dia-smooth-surface-wheels-2/aircraft\\_tires-wheels?pp=12](http://shop.dubro.com/p/2-1-2-dia-smooth-surface-wheels-2/aircraft_tires-wheels?pp=12).

- [81] "DC030B-3 (8224) Brush DC Motor", acessado a 5 de julho de 2016, em:  
<http://www.pittman-motors.com/Brush-DC-Motors/8224-Brush-DC-Motor.aspx>.
- [82] MIT OpenCourseWare, "Signal Processing: Continuous and Discrete", acessado a 11 de julho de 2016, em:  
[http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-161-signal-processing-continuous-and-discrete-fall-2008/lecture-notes/lecture\\_19.pdf](http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-161-signal-processing-continuous-and-discrete-fall-2008/lecture-notes/lecture_19.pdf).
- [83] "Approximation of first-order derivatives", acessado a 13 de julho de 2016, em:  
<http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~kuzmin/cfdintro/lecture4.pdf>.
- [84] Mohan, N. (2003), "First Course on Power Electronics and Drives" (1ª ed.), MNPERE.
- [85] Landau, I., D. (1998), "The R-S-T digital controller design and applications", Control Engineering Practice 6, 155-165.
- [86] Ghauri, S., Sohail, M. (2013), "System Identification using LMS, NLMS and RLS", Student Conference on Research and Development (SCORED, 65-69.
- [87] "Electronic Stability Control", acessado a 21 de outubro de 2016, em:  
<http://www.euroncap.com/en/vehicle-safety/the-ratings-explained/safety-assist/esc/>.
- [88] Chen, W., Xiao, H., Wang, Q., Zhao, L., Zhu, M. (2016), "Integrated Vehicle Dynamics and Control" (1ª ed.), Wiley.
- [89] Karogal, I., Ayalew, B. (2009) "Independent Torque Distribution Strategies for Vehicle Stability Control," SAE Technical Paper.